Jnt 125
N°-100

do ſe lo truxeron/q̃ dio en albricias tanto al q̃ ſe lo cõpro:como hauia dado al que ſe lo vẽdio. No dos meſes deſpues q̃ marco antonio hauia cõprado aquel cauallo/ſe dio la batalla enla mar entre el y ſu enemigo octauio auguſto:en la qual batalla ſe quiſo hallar/la ſu amiga cleopatra/para mayor infamia della:⁊ para mas perdicion del. Quan infelice fin huuo marco antonio:y quan apreſſurada muerte padeſcio la ſu cleopatra:a todos es notorio alos q̃ han leydo al buen plutarco. Muerto marco antonio:avn toda via q̃do vuo aquel cauallo infelice ⁊ deſdichado:el qual vino a manos de vn cauallero de aia q̃ hauia nõbre nigidio:y como el cauallo era ya algo viejo/cõpro le al preſente barato/avn q̃ deſpues le coſto muy caro:porq̃ dentro de vn año que le compro:al paſſar del rio narathon:el cauallo tropeço ⁊ cayo:por manera/q̃ amo y cauallo ſe ahogaron y jamas lo pareſcieron. Eſtos pues ſon los cinco caualleros/q̃ eſtauan alos pies del cauallo ſeyano derrocados:es a ſaber:ſeyano:dolobela:caſiõ:marco antonio:y nigido:la qual hiſtoria:avn que es ſabroſa de leer:es por otra parte muy laſtimoſa de oyr. Deſpues q̃ en eſta cayeron enla cuenta:de reconoſcer la mala fortuna que aquel cauallo traya cõſigo:leuãtoſe entre ellos vn comun refran:de dezir al hõbre muy infortunado y deſdichado:q̃ hauia tenido en ſu caſa al cauallo ſeyano. Semejãte caſo aconteſcio quando ſcipion robo los templos de toloſa de francia:en que todos los que lleuaron de aq̃l oro y riquezas para ſus caſas:ninguno eſcapo:que dentro de vn año el no murieſſe:y toda ſu familia y caſa no ſe perdieſſe. haſta hoy en dia es coſtumbre de dezir en toda frãcia al hõbre q̃ es mal fortunado:muy

ron eſta batalla enla mar.

Nota vn prouerbio antiguo.

El robo dela yglefia nunca ſe goza.

c iiij

R.39
3/16

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA SEVILLA

ſa tan perfecta: enla qual no haya alguna nota/o tacha: fue tan maldito el hado deſte cauallo: q̃ todos los q̃ le criaron/y cõpraron: y enel caualgaron/infame y miſerablemẽte murieron. Y porq̃ no parezca q̃ hablamos de gracia/y contamos la hiſtoria muy ſoſpechoſa: tocaremos aqui breuemente: quienes fuerõ los q̃ a eſte cauallo cõpraron y poſſeyerõ: ⁊ los grandes infortunios q̃ con el les vinieron. Enel año de quatrociẽtos y treze d̃la fundacion de roma/muerto el dictador quinto cincinato: embiarõ los romanos a grecia por conſul a vn romano q̃ hauia nõbre gneo ſeyano: varon q̃ en ſangre era tenido por illuſtre: y en coſas de gouernaciõ por cuerdo. Quãdo el cõſul gneo ſeyano fue a grecia/era potro de treynta meſes aq̃l cauallo: al qual el cõpro y domo: y fue el primero q̃ enel caualgo. A cauſa q̃ eſte gneo ſeyano/eſtãdo en roma/ſiguio la parcialidad d̃ octauio auguſto/no vn año deſpues q̃ fue a grecia: ⁊ no ſeys meſes deſpues q̃ compro el cauallo: marco antonio le mãdo cortar la cabeça: y avn ſu cuerpo quedar ſin ſepultura. Por ocaſiõ que gneo ſeyano/fue el primero que cõpro y domo a eſte cauallo: y avn experimento con la muerte a ſu infelice hado: le llamaron entonces y deſpues el cauallo ſeyano. Deſcabeçado gneo ſeyano: ſuccedio le enel officio del conſulado/vn romano q̃ hauia nõbre dolobela: el q̃l luego q̃ fue conſul: compro por cient mil ſextercios aquel cauallo: y de verdad: ſi el ſupiera el mal q̃ para ſu caſa compraua: es de creer/q̃ el diera otros cient mil por no le hauer comprado. Dentro de vn año q̃ el cõſul dolobela huuo cõprado aquel cauallo/ſe leuãto enla ciudad de epiro/a do el reſidia/vna popular ſedicion: enla qual el triſte de dolobela fue muerto: y avn por todas las calles arraſtrado. Muerto el conſul dolobela/acobdicioſe a comprar aquel cauallo otro conſul/q̃ hauia nõbre gayo caſion: varon de quiẽ eſcriue plutarco/ha

De gneo ſeyano ſe llamo el cauallo ſeyano.

Seys mil ſextercios podiã valer agora tres mil ducados.

Nota q̃ no ſolo las perſonas mas avn las caſas ſõ deſdichadas.

deſdichado: q̃ tiene en ſu caſa el oro toloſano. Laercio dize/q̃ en athenas hauia vna caſa: a do todos naſcian locos: y hauia otra caſa: a do todos naſciã bobos: y como por diſcurſo de tiẽpo cayeſſen enla cuenta los del ſenado: mãdaron/q̃ las caſas no ſe habitaſſen: y avn q̃ ſe derrocaſſen. Herodiano dize/que enel campo marcio de roma/hauia vna generoſa caſa: enla qual todos los dueños morian muerte ſubitanea: y como los vezinos della hizieſſen deſto relacion al emperador aureliano: no ſolo la mando derrocar/mas avn toda la madera quemar. Solon ſolonino/vedo en ſus leyes alos egypcios/que no vendieſſen ninguna coſa delos muertos/ſino que ſe repartieſſe todo entre ſus herederos: diziendo: q̃ ſi alguna coſa mal fortunada o deſdichada aquel muerto tenia/ſe quedaſſe en ſu familia: y parentela: y no paſſaſſe ala republica. Luego que murieron/caligula/y nero/principes romanos que fueron muy infames: proueyo el ſenado/en que todas ſus riquezas y alhajas fueſſen quemadas y empozadas/ temiendo ſe que en aquella hazienda tiranica/no eſtuuieſſe abſcondida alguna mala fortuna: por cobdicia dla qual/roma ſe perdieſſe/y la republica ſe emponçoñaſſe. He querido ſeñor eſcreuiros todos eſtos exemplos de caſos deſaſtrados/no para q̃ creays en agueros/mas para q̃ penſeys que hay eneſte mundo algunas coſas tan mal fortunadas: que pareſce que trahẽ conſigo las meſmas deſdichas. No mas/ſino que nueſtro ſeñor ſea en ſu guarda. ꝛc.

Del almoneda dl hombre malo nadie dve comprar coſa alguna.

¶ Letra para el duque de alua dõ fadrique de toledo: enla qual ſe tracta delas enfermedades y prouechos dellas.

¶ Illuſtre ⁊ muy eſtimado ſeñor.

A tiempo que palomeque ſu criado me

MATHEMATICAE

QVAEDAM SELECTAE PRO-
poſitiones, ex Euclidis, Boëtij, & antiquorum alio
rum libris decerptæ, quibus liberales diſcipli-
nę in compendium quoddam redactæ
non magno negotio peruiæ
addiſcentibus erunt.

Del Colegio del Angel dela Guard.ª de Carmelitas
Descalzos

*In eorum gratiam qui grauioribus ſtudijs occupati integros
autores euoluere nequeunt.*

A Ioanne Segura Doctore Complutenſi, Collega Diui
Illefonſi, luculentiſſimè expoſitæ.

*Quibus acceſsit vtiliſsimum Arithmeticæ Geometricæq;
praxis compendium.*

COMPLVTI.
Excudebat Andreas de Angulo.
1566.

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA * SEVILLA

EL REY.

POR quanto por parte de vos el Doctor Segura Catredatico de Mathematicas en la vniuerſidad de Alcala, me aſido hecha relacion que vos aueys fecho y compueſto vn libro en latin delos principios de Mathematicas el qual era muy vtil y prouechoſo ſuplicandome vos dieſſe licencia paraque vos o la perſona que vos nombraſſedes, y no otra perſona alguna pudieſſedes imprimir y vender el dicho libro o como la nueſtra merced fueſſe. E yo touelo por biẽ, y por la pteſẽte doy licẽcia y facultad a vos el dicho Doctor Segura, o a quien vr̃o poder huuiere paraque por tiempo de ocho años, primeros ſiguientes que ſe quenten deſde el dia dela fecha deſta mi cedula, en adelanre vos el dicho Doctor Segura, o la perſona que vos nombraredes, o vueſtro poder huuiere, y no orro puedan imprimir y vender el dicho libro en eſtos mis reynos ſo pena que la perſona o perſonas que ſin tener vueſtro poder lo imprimieren, o vendieren, o hizieren imprimir o vender, o rraxeren de fuera parte impreſſo pierdan la impreſsion y los moldes y aparejos con que los hizieren y incurran mas cada vno dellos en pena de treynra mil marauedis: La qual dicha pena ſe reparta eneſta manera la rercia parte para la perſona que lo acuſare, y la otra tercia parte para nueſtra camara, y fiſco y la orra tercia parte para el juez que lo ſenrenciare con tanro que deſpues de impreſſo lo traygays a taſar al nueſtro conſejo, y mando alos del mi conſejo preſidenre y oydores delas mis audiencias alcaldes alguaziles de la mi caſa y corte, y a todos los corregidores aſsiſtenre gouernadores alcaldes alguaziles y orras qualeſquier juſticias deſtos mis reynos, que os guarden y cumplañ y hagan guardar y cumplir eſta mi cedula, y contra lo enella contenido, no vayan ni paſſen en tiempo alguno, ni por alguna manera. Fecha enel eſcurial, a quatorze dias del mes de Octubre, de mil y quinientos y ſeſenta y cinco años.

Yo el Rey.

Por mandado de ſu Mageſtad Pedro de Hoyo.

Inter Mathematicas ſcientias primo loco Arithmetica non ineptè collocatur, eò quòd eius cognitio ad reliquas neceſſaria ſit: quam ſequitur geometria, magnitudines.n. de quibus geometria agit numeros præſupponere non eſt dubiũ: figuræ ſiquidem vna vel pluribus lineis ſiue ſuperficiebus cõtinentur, vnũ autem & plura ad multitudinẽ pertinẽt, & ſic ad Arithmeticã: reliquas autem perſpectiuã.ſ. & Muſicã ad has etiam reduci planum eſt, vnde & ordine poſteriores ſunt.

Huius Arithmeticæ Compendium tribus partibus breuiſsimè comprehenditur: quarum prima agit de quibuſdam proprietatibus quæ conueniunt numeris in ſe ipſis: ſecunda vero de proprietate proportionis quæ conuenit ſingulis numeris non in ſe, ſed per reſpectum ad alios. In tertia vero parte pauca quædam de figuris, tam planis quam ſolidis traduntur: & non nihil de medietatibus, ſiue proportionalitatibus.

Del Colegio del Ang. de Sev.a de Carmelitas
Descalzos

DE NVMERIS.

Definitiones.

Vnitas eſt qua quælibet res vna dicitur.

Numerus eſt multitudo ex vnitatibus collecta.

Pars eſt numerus minor, qui aliquoties ſumptus conficit maiorem numerum.

Totum ſiue multiplex, eſt numerus ille maior, qui conficitur ex minore.

Numerus par eſt qui bifariam diuiditur.

Impar verò, qui bifariam non diuiditur. Vel qui vnitate differt à numero pari.

Pariter par numerus eſt, quem par numerus metitur per numerũ parem tantùm.

Pariter impar, quem par metitur per imparem.

Impariter par, & impar, quem quidam pares ſecundum parem, quidam verò metiuntur ſecundùm imparem.

Primus numerus eſt, quem ſola vnitas metitur.

Compoſitus numerus eſt, quem numerus aliquis metitur.

Primi interſe ſunt numeri, quorum ſola vnitas eſt menſura cõmunis.

Compoſiti interſe ſunt numeri, qui habent numerum quempiam pro communi menſura.

Numerus numerum multiplicat, cùm toties eſt multiplicatus in producto, quoties vnitas in multiplicante.

Numerus qui producitur ex multiplicatione duorum numerorũ dicitur planus: illi autem ex quorũ multiplicatione producitur, ſunt latera eius.

Numerus qui producitur ex multiplicatione trium numerorum, dicitur ſolidus: multiplicantes verò ſunt latera ipſius.

Quadratus numerus eſt, qui ex ductu duorum ęqualium numerorũ, vel ex eodem in ſeipſo producitur.

Cubus numerus, qui fit ex tribus ęqualibus, vel ex eodem in ſeipſo bis multiplicato.

Numeri proportionales ſunt, quando ſe habet primus ad ſecũdum, ſicut tertius ad quartum, in ęqualitate vel inæqualitate.

Similes numeri ſunt plani & ſolidi, habẽtes latera proportionalia.

Perfectus numerus eſt, qui omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis eſt æqualis,

Petitiones.

Cuilibet numero poſſe ſumi quotlibet numeros ęquales.

Dato numero, maiorem quantumlibet numerum dari poſſe.

Seriem numerorum terminum creſcendo non habere.

Communes ſententiæ.

Omnis pars eſt minor ſuo toto.

Quicunq; numeri eidem fuerint æquè multiplices, vel ſubmultiplices, ſunt ęquales.

Vnitas eſt pars cuiusuis numeri denominata ab illo.

Maior pars minorem habet denominationem, & e conuerſo:

Numerus qui eſt pars aliquorum numerorum, erit pars compoſiti ex illis: & qui eſt pars totius & detracti, erit & pars reſidui.

Prima propoſitio.

Numerus par quemcũq; numerum multiplicet, producit numerum parem: impar verò imparem multiplicans, producit tantùm imparem.

HAEC propoſitio aſſerit ex multiplicatione duorum numerorum, quorum alter ſit par, ſemper produci numerum parem: hoc autẽ ex definitione numeri paris eſt manifeſtũ, quia ſcilicet habet medietatẽ: vnde medietas eius multiplicata per numerũ q̃ per totũ ipſum parẽ erat multiplicatus, producit medietatẽ producti ex multiplicatione totius; vnde & productũ habet medietatẽ, & ſic eſt par. Vt ſi. 4 .qui eſt par, multiplices per. 5. imparẽ producit 20. numerũ parẽ. Medietas. n. 4 .ſcilicet. 2. per eundẽ. 5. multiplicata, producit. 10. medietatẽ. 20: Si autẽ. 4 .per. 6. parẽ multiplices, producit. 24. parem. Nam medietas ſcilicet. 2. per eundem. 6. producit. 12. medietatem, 24. At vero ſi numerum imparem per imparẽ multiplices, productus medietatem non habebit: ſi. n. eſſet poſſibile, medietas illa eſſet ex multiplicatione vnius imparium prędictorum, in medietatem alterius: quam cùm ſit vterque impar neuter habet.

Secunda Propoſitio.

Si pariter par pariter parem multiplicet, productus erit pariter par.

Ex definitione pariter paris numeri colligitur omnes eius partes neceſſariò eſſe pares numeros. ſi. n. illum ſemper par numerus metitur per parem, & ille eſt pars qui metitur alium, omnes partes erunt neceſſariò pares: vnde quam libet illarum poſſumus bifariam diuidere, & ſic ad vnitatem diuidendo peruenire: & inde omnes & ſoli numeri pariter pares per continuam duplationem ab vnitate inueniuntur: inde etiam patet partes omnes pariter paris, non ſolùm pares, ſed pariter pares. Cùm ergo multiplicatorũ partes omnes pares ſint, & producti neceſſario erunt pares: par. n. (vt in pręcedente dictum eſt) ſemper parem producit: & partes componentiũ ſunt etiam partes compoſiti, vt de ſe eſt manifeſtum: vn

de

de vera eſt propoſitio. vt ſi ducas.8.m.4.cõficies.32.qui partes omnes habet pares ſcilicet medietatem.16.quartam partem.8.octauam autem.4.decimam ſextam.2.trigeſimam ſecũdam vnitatem: qui omnes numeri ſunt pariter pares: vnitas. n. non numerus, ſed principium numerorum exiſtens, omnes aliorum numerorum appellationes habet, Hic etiam vides partes numeri pariter paris ſe mutuò denominare: vt.2.denominat.16.meditatem:& 16.denominat binarium, decimam ſextam partem in exemplo adducto: & quaternarius denominat.8.quartam:& idem quaternarius denominatur ab.8.octaua pars, & eodem modo de omnibus partibus pariter parium.

Propoſitio tertia.

Numerus cuius dimidium eſt impar, eſt pariter impar.

Hæc etiam eſt manifeſta ex definitione numeri pariter imparis: ſiquidem medietas quę à binario pari numero denominatur, eſt impar:& ſic pat numerus (ſcilicet binarius) metitur illum per imparem, ſcilicet per medietatem. Vt bis quinque facit denarium: & ſexies ter.18. vnde & partes pariter imparis quæ fuerint pares, denominantur ab imparibus:& impares à paribus.

Quarta Propoſitio.

Numerus qui non exiſtens à binario duplus, medium habet par, eſt impariter par, & pariter impar.

Impariter par numerus definitus eſt: quem numerus par partim ſecundum parem, & partim ſecundum imparem metitur: vnde & nomen ſortitus eſt pariter par & impar.. De illo igitur aſſerit hæc propoſitio, quod nõ exiſtens à binario duplus, medietatem habet, numerum parem. Quod ſic patet: ſi.n.non eſt à binario du plus, & bifariam diuidatur, & medietas iterum bifariam, & cum ſic procedendo in iſta diuiſione non deueniatur ad vnitatem, deuenietur ad numerum aliquem imparem, qui pars erit neceſſariò totius, denominata a numero pari: quia in reliqua medietate adhuc ille impar erit pars:& cùm medietas poſita ſit numerus par, iam talem numerum par numerus per parem,& per imparem metietur. Vt.12.

quinon exiſtens a binario duplus, habet medietatem. 6. numerum parem, cum diuidatur bifariam in duos ſenarios, & iterū ſenarius in duos ternarios: quoniam ternarius eſt medietas medietatis, erit quarta pars totius. Vnde duodenarium binarius par metitur per ſenarium parem & quaternarius per rernarium imparem: quæ eſt de finitio impariter paris.

Quinta Propoſitio.

Quilibet numerus duorum circum ſe poſitorum, & à ſe æque diſtantium in naturali ſerie, eſt medietas: & quilibet duo immediati numeri æquales ſunt duobus circum ſe poſitis, vel à ſe æquè diſtantibus.

Naturalis ſeries in numeris dicitur quādo æqualiter cteſcūt, quā poſtea appellabimus medietatē arithmeticā: vt naturalis ſeries numerotum ſe immediatè pet vnitatem excedentiū. vt. 1. 2. 3. 4. naturalis ſeries parium. vt. 2. 4. 6. 8. naturalis ſeries impariū pet binariū excedētiū etiamſe ab vnitate. vt. 1. 3. 5. 7. &c. Sed & pariter impariū per. 4. ſe excedentiū a binario vt. 2. 6. 10. 14. 18. &c. & in vniuerſum quādo numeri ſe excedunt æqualiter exceſſu Arithmetico, per quēcunq; numerum conueniet tali ſeriei proprietas huius propoſitionis, & probatur prima pars: nam ſi tantum excedit numerus quicūq; immediate præcedentem in naturali ſetie, quantum exceditur à ſequente: ſi à maximo aufetas exceſſum, & illum addas minimo, remanēt tres numeri æquales: & ſic quilibet eorum medictas eſt duo
2.3.4. rum reliquorum . vt ſumptis in naturali ſerie numerorum. 2. 3. 4.
6.4.2. ex maximo deme vnitatem, (quæ eſt exceſſus) quam adde minimo,
reliquuntur tres ternarij: & ſic intermedius medietas duorum circumſepoſitorū: eodem modo probabis de æquè diſtantibus. vt. 6. & 2. æquè diſtant. a. 4. vnde quantum ſenatius excedit quaternarium, tantum quaternarius binatium, & redit eadem demonſtratio. Secūda pars eodem modo patet: ſi. n. ſint. 2. 3. 4. 5. duo intermedij erunt ęquales duobus extremis: quia ſi exceſſum maximi addas minimo, ſcilicet ſi ex quinario ablatam vnitatē addas binario, fiunt. 4. & 3. ex. 5. &. 2. & ſic æquales intermedijs extremi: quod erat demonſtrandum.

Sexta propoſitio.

Inuenire numerum habentem Partes datas.

Hoc eſt, cùm numerus conſtet ex indiuiſibilibus, & ſic ſolùm habeat partes numeros, vel vnitates ipſum componentes, (non. n. inueniũtur in numeris ſicut in cõtinua quãtitate quælibet partes) inuenire quis numerus habeat partes datas: vt pote quis numerus habeat medietatẽ tertiã & quartã partes. Quod cũ inuenire volueris, ſume denominatores partium illarum, hos multiplica in inuicẽ, & numerus productus erit quæſitus. Vt capio binarium denominatorem medietatis, & ternarium denominatorem tertiæ, & quaternarium denominatorem quartæ, duco. 2. in. 3. fit. 6. hunc in. 4. fit. 24. qui eſt numerus quæſitus.

Septima propoſitio.

Si propoſitis duobus numeris, volueris noſſe ſint ne ad inuicẽ primi vel compoſiti, ſubtrahe minorem ex maiore quoties poteris, & reſiduum de minore etiam quoties potueris, & ſi aliquid relinquitur illud ex primo reliquo, & ita quouſq; nihil remaneat: quod ſi ad vnitatem ſubtrahendo perueniſti, illi erant ad inuicẽ primi: ſin autẽ ſunt compoſiti: & maximus componens eſt ille qui vltimo ſubtractus nihil reliquerat.

Cape duos numeros. 27. &. 5. ex. 27. ſubtrahe. 5. quinquies remanet binarius qui ex. 5. bis ſubtractus relinquit vnitatem: erant igitur ad inuicem primi. 27. &. 5. rurſus cape. 27. &. 15. minor ex maiore ſubtractus relinquit. 12. qui ex. 15. relinquit. 3. qui ex duodecim nihil relinquit: ſunt igitur. 27. &. 15 ad inuicem compoſiti: & ternarius maximus numerus numerans illos.

Octaua Propoſitio.

Si duo numeri ſunt ad inuicem primi, compoſitus ex illis eſt primus ad quẽlibet illorũ: & ex multiplicatione primorũ in ſe ipſis, producti erunt ad inuicẽ primi: & qui ex multiplicatione alterius primorũ in ſe, erit primus ad reliquũ.

Vt ſi.9.&.5. ſumas ad inuicē primos.14. ex illis compoſitus ad vtrumq; illorum eſt primus : nullus.n. numerus eſt communis. 14.&.9.neq;.14.&.5.ſimiliter.81.&.25.qui fiunt ex ductu ſingulorum in ſe ſunt ad inuicem primi.ſi.n.minorem ſcilicet 25.ex.81. ter auferas,remanet.6.quē ſi quater.ex.25.relinquit vnitarē. Eodē modo.81 eſt primus ad.5 quia.5.ex. 81. ſedecies ablatus relinquit vnitatem,& ex.25.bis. ablato. 9. relinquit. 7. qui ex.9.ſemel relinquit.2.qui ex 7.ter, relinquit vnitatem.

Hinc paret quomodo numeri ad inuicem primi ſunt minimi in ſua proportione: ſi quidem minimi in ſua proportione cōponūt omnes reliquos in tali proportione ſe habentes, ſecundum aliquē numerum: talis autem numerus eſſet menſura vtriuſq; in tali proportione ſi non eſſent minimi. Sed de proportione ſtatim.

Secunda pars de proportione.

Definitiones.

Proportio eſt vnius quantitatis ad aliā eiuſdem generis habitudo, ſecundum æqualitatem vel inæqualitatem.

Rationalis, quæ in numeris & in his que ſe habent tanquā numeri inuenitur.

Maioris inæqualitatis: quando maior quātitas refertur ad minorem.

Multiplex quum maior continet minorem ſecundum aliquem numerum preciſe.

Super particularis, quando maior continet minorem ſemel, & vnam quampiam eius partem.

Superpartiens, cum maior continet minorem ſemel, & plures eius partes non facientes vnam.

Multiplex cum ſuperparticulari, quando maior continet minorem pluries, & vnicam eius partem.

Multiplex ſuper partiens, cùm maior quantitas cōtinet minorem pluries, & plures eius partes.

Similes vel æquales dicūtur proportiones, quæ habent eādē denominationē: maior quę maiorē; & minor quæ minorē.

Propriū eſt quantitati, vt ſecundū ipſam res quātæ ęquales vel inæquales dicātur: vnde quæcūq; duæ res quantitatē habētes, neceſſariò æquales vel in æquales erūt. Æqualitas autē vnicā & ſimplicē habet rationē; non.n. in æqualitate poteſt eſſe diuerſitas: in æqualitas autē multis modis contingit, ſecundū quod vna quantitas excedere poteſt aliam infinitis fere modis. Inter quantitates autē communicātes (quales ſunt numeri) proportio appellatur rationalis: quoniam & ſignari & denominari poteſt. Quanuis ergo quilibet numerus ad alium inæqualē relatus diuerſam ab alijs faciat proportionem, reducuntur tamen omnes proportiones in æqualitatis ad quinq; genera, quæ ſuperius ſunt definita. Vel enim maior numerus continet minorem aliquoties præciſe, & ſic facit multiplicem proportionem: cuius ſpecies in immenſū procedūt, ſecundum quod naturalis ſeries numerorum ad vnitatem comparandorum ſine termino creſcere poteſt. Et denominationem habent iſtę ſpecies proportionis à numero, ſecundum quam minor quantitas continetur in maiori. Vt ſi bis continetur, appellabitur proportio dupla: ſi ter, tripla: ſi quater, quadrupla: & ſic ſine termino. Si autem maior quantitas minorem ſemel tantùm contineat, & aliquid vltra (cum ſit maior) tunc illud quo maior minorē excedit, vel eſt pars minoris, vel partes: eſt enim talis exceſſus numerus (de numeris ſiquidem loquimur) omnis autem numerus minor, vel eſt pars vel partes maioris: Si igitur exceſſus eſt pars, conſtituit proportionem ſuperparticularem denominatam ex denominatione partis: vt ſi illa eſt medietas, proportio denominatur ſeſquialtera: ſi tertia, ſeſquitertia: ſi quarta, ſeſquiquarta: & ſic ſine termino. Cōtingit.n. in diuiſione continuorū ſine termino procedere. Si autē exceſſus ſit partes nō faciētes vnā, tunc cōſtituit proportionē ſuper partientē: quæ bifariā denominatur, ſcilicet ex numero partium, & ex denominatione earum: vt ſi partes ſint duę, eſt proportio ſupra bipartiens: ſi tres, ſupra tripartiens: ſi quatuor, ſupra quadripartiēs: & ſic ſine termino. Si partes illę erāt tertię, & duę, appellat᷑ ſupra bipartiēs tertias. Si aūt tres partes & quartę, ſu pra tripartiens quartas: & eodem modo de reliquis. Iſtæ verò tres ſpecies appellantur ſimplices, poteſt.n. adhuc maiot quantitas cōtinere minorem plus quam ſemel & vnam eius partē: & tūc proportio erit multiplex ſuperparticularis, denominata a multiplici & ſuperparticulari ex quibus componitur. vt dupla ſeſquialtera, dupla ſeſqui tertia: tripla ſeſqui altera, tripla ſeſqui tertia; Vel continere minorem iterum pluſquam ſemel, & plures eius partes nō componentes vnā: & tunc dicitur proportio multiplex ſuper partiens, denominata a multiplici & ſuperpartiente cōponentibus. vt dupla ſupra bipartiens tertias inter. 8. &. 3: tripla ſupra tripartiens quartas inter. 15. &. 4. vnde ſufficientiſsime quinq; iſta genera proportionum continent omnes proportiones rationales: non. n. aliter ſe habere poſſunt duo inæquales numeri quàm vno ex illis quinq; modís. Eſt tamen aduertendum quod contingit cōparare maiorem quantitatem ad minorē, & tunc proportio dicitur maioris inæqualitatis & tales ſunt ſpecies ſupradictæ: Si autē minorem ad maiorem compares, appellatur proportio minoris inęqualitatis: & iſta habet totidem ſpecies, & eiſdem nominibus denominatas præpoſita præpoſitione ſub: vt ſub dupla, ſubſeſquialtera, ſub ſupra bipartiens tertias &c.

Prima Propoſitio.

Cuiuslibet proportionis datæ numeros minimos aſſignare.

De multiplici proportione: hoc eſt facillimum, quoniā illius minor extremitas ſemper eſt vnitas: maior vero numerus denominans porportionem: vt duplæ porportionis, minor extremitas eſt vnitas, maior binarius: triplę minor eadem vnitas, maior ternarius: & hoc modo de omnibus alijs.

Super particularium etiam facilè inuenies minimos numeros: ſemper. n. denominator proportionis eſt minor illius terminus: ſiue extremitas quæ à maiore per vnitatem ſuperatur. vnde ſi in naturali ſérie capias binos immediatos numeros, habebis omnes ſpecies proportionis ſuper particularis in minimis numeris: vt inter. 3 &. 2. ſeſquialterā: inter. 4. &. 3. ſeſquitertiam: & ita de reliquis.

Super partientium verò habebis minimos numeros, ſi pro minori extremo capias numerum denominantem partes: pro maiore autem compoſitum ex minore & numeron partium. vt pro ſuperbipartiente tertias 3. eſt minus extremum: cui ſi addas binarium numerum partium habebis quinarium maius extremum. Vnde minimi in ſuprabipartiente tertias ſunt.5.&.3, In ſupra tripartiente autem quartas, eadem ratione.4.eſt minus extremum: cui.3.additus componit.7.maius extremũ & ita in omnibus alijs.

Pro multiplici ſuperparticulari cape denominatorem ſuperparticularis pro minore, eundem multiplica per denominatorem multiplicis, producto adde vnitatem proueniet numerus maior. vt in triplici ſeſquialtera binarius denominator ſuperparticularis eſt minor, qui ductus in ternarium denominatorem multiplicis producit ſenarium, cui adiuncta vnitas componit.7.maiorem numerum talis triplæ ſeſquialteræ proportionis: & ſic.7.&.2.ſunt in illa minimi.

Si autem multiplicis ſuperpartientis volueris habere minimos numeros, denominator partium erit minus extremum: quo ducto in denominatorem multiplicis, ſi producto iungas numerum partium, conficies maius extremũ: vt in proportione dupla ſupra tripartiente quintas.5.erit minus extremum, qui ductus in.2.producit.10.cui.3.numerus partium additus conficit.13.maius extremum, & ſic.13.&.5.ſunt numeri minimi in illa proportione.

Quod ſi datis duobus numeris inęqualibus cognoſcere volueris quam habeant inter ſe proportionem, vide primo an illi ſint inter ſe primi modo ſuperius tradito; quia tunc illi erant in ſua proportione minimi, vt ſupra dictum eſt: Quod ſi non ſunt primi nota communem numerum numerantem eoſdem, & vide quoties ille continetur in maiori, & etiam quoties continetur in minore, nam numeri quotiẽtes erunt minimi in proportione quæſita. Vt ſi vellem cognoſcere proportionem.30.ad.18.ſubtraho minorem ex maiore remanet.12.hunc ex minore manet.6.hunc ex relicto ſcilicet.12.nihil relinquitur. erat igitur.6.maximus componens.30.&.18.at.6.in maiore continetur quinquies, in minore vero ter.5.igitur &.3.erant minimi in illa proportione & ſic.30.ad.18.eſt ſupra bipartiens tertias..

Secunda Propoſitio.

Numeros quotlibuerit inuenire in data proportione minimos..

Hoc eſt inuenire tres vel plures numeros, quorum ſi primus ad ſecundum ſe habet in data proportione, ſecũdus ad tertium, ſe ha

. 3 . 2 . beat in eadem& tertius ad quartũ &c. Er iſti ſint minimi vel prio
9 . 6 . 4 res qui tot ſint in tali continuata proporrione. Sũptis igitur duo-
27 . 18. bus minimis in data proportione, per pręcedentem multiplica pri
12 . 8. mum in ſeipſum, & eundem in ſecundum, ſecundum autem in
ſeipſum: habebis tres numeros productos, qui erũt in tali propor
tione minimi. Si autem quatuor volueris, duc primum duorum
minimorum in tres iam inuentos, & ſecũdum duorum in vltimũ
triũ: habebis quatuor quæſitos. Quod ſi volueris plures, eodem
modo procede ducendo primum duorum in omnes iam inuẽtos:
& ſecundum in vltimũ: & ſic inuenies ex quatuor quinque, & ex
quinque ſex, & inde quot libuerit.

Tertia Propoſitio.

Omnis proportio extremorum componitur ex proportionibus inter mediorum.

Id eſt, ſi eſt aliqua proportio inter cuius extrema ſit aliquod me
dium, talis proportio componitur ex proportione prioris extremi
ad mediũ, & proportione medij ad reliquũ extremum. Hoc autẽ
patebit, ſi addas duas illas proportiones: addes autem ſi ducas pri-
mum extremum vnius in primũ alterius: & ſecundum vnius in ſe
cundum alterius: habebũt enim ſe producti numeri in proportio
ne cõpoſita quæ erit eadẽ cum proportione quæ erat inter extre-
4 . 2 ma; vt inter. 4. &. 2. mediat. 3, proportio igitur. 4. ad. 2. componi-
4 3 tur ex proportionibus. 4. ad. 3. &. 3. ad. 2. ductus. n. 4. in. 3. produ-
3 2 cit. 12. &. 3. ductus in. 2. producit. 6. qui producti ſcilicet. 12. &. 6.
12 . 6 ſe habent in eadem proportione in qua. 4. &. 2. quia in dupla.

Nec ſolum ſi extrema ad inter medium cõpares, conficies pro-
4 . 7 . portionem extremorum ex additione proportionum extremorũ
7 2 cum medio: ſed etiam ſi pro medio accipias quemlibet numerum
28 . 14 extra (vt Ptolemæus in li. Almag.) vt ſi inter. 4. &. 2. accipias, 7. ex
propor. 4. ad. 7. &. 7. ad. 2, conficitur eadem proportio vt patet.

Vnum tamen notandum eſt, quod ſi addas proportiones ma-
ioris inæqualitatis: compoſita erit maior quacunq; componẽte: ſi
autem ſint minoris inæqualitatis, compoſita eſt minor quacunq;
3 . 2 componente: Si autem altera eſt maioris & reliqua minoris, pro-
3 . 4 ducta eſt minor illa quæ erat maioris inæqualitatis. Vt ſi ſeſquial
9 8 terę addas ſubſeſquitertiã, producitur ſeſquioctaua quę minor eſt
ſeſquialtera per ſeſquitertiam.

Quarta Propoſitio.

Quantum excedit proportio primi ad ſecundum, proportionem tertij ad quartum: tantum proportio primi ad tertium, proportionem ſecundi ad quartum: & quarti ad tertium, proportionem ſecundi ad primum.

Ad cognoſcendum exceſſum vnius proportionis ſuper aliam, oportet ſubtrahere vnam proportionem ex alia: quod fiet, ſi poſitis extremis ſubtrahendę, ſub extremis eius à qua ſubtrahēda eſt, ducamus primum illius à qua in ſecundum ſubtrahendæ, habebimus inde primum extremum reſidui ſiue exceſſus. & ducto ſecundo extremo proportionis à qua in primo ſubtrahēdę, habebimus ſecundum extremum exceſſus. Vnde ad cognoſcēdum exceſſum ſeſquialteræ proportionis ſuper ſeſquitertiam, diſpono minimos numeros, & ternarium primum ſeſquialteræ duco in ternarium ſecundum ſeſquitertiæ fit. 9. & binarium ſecundum extremũ ſeſquialteræ duco in quaternarium primum ſeſquitertiæ, fit. 8, & ita. 9. & 8. ſunt extrema exceſſus: ſiquidem ſeſquialtera excedit ſeſquitertiam per ſeſquioctauam proportionem. Hæc doctrina de ſubtractione & additione proportionũ neceſſaria eſt pro intelligentia libri Magnæ conſtructionis Ptolemæi. Iam facile demonſtratur propoſitio: Nam ſi proportio primi ad ſecundum eſt ſeſquialtera: & proportio tertij ad quartum ſeſquitertia: exceſſus proportionis primi ad ſecundum, ſuper proportionem tertij ad quartum eſt ſeſquioctaua: & eadem ſeſquioctaua eſt exceſſus proportionis primi ad tertium, ſuper proportionem ſecundi ad quartum: & eadem quarti ad tertium, ſuper proportionem ſecundi ad primum: quod & in omnibus alijs proportionibus facile parebit operādo. Idem enim numerus producitur ex ductu quarti in primum, & primi in quartum: ſimiliter idem ex ductu ſecundi in tertium & tertij in ſecundum.

$$\begin{array}{ccc}3&\cdot&2\\4&\cdot&3\\\hline 9&\cdot&8\end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}3&\cdot&4\\2&\cdot&3\\\hline 9&\cdot&8\\\hline\end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}3&\cdot&4\\2&\cdot&3\\\hline 9&&8\end{array}$$

Quinta Propoſitio.

Si idem numerus ad duos inæquales comparatur: habet ipſe maiorem proportionem ad minorem illorum, quam ad maiorem: maior tamen ad illum maiorem, quàm minor.

BIBLI SEVILLA

In definitione ſimilium vel æqualium proportionum dictum eſt, quòd illę proportiones dicũtur ſimiles vel æquales, quę habẽt eandem denominationem, vt duæ duplæ: non enim maior proportio eſt inter, 100. & 50. quam inter. 10. &. 5. Inæquales autem appellantur proportiones diuerſarum denominationum: & illa eſt maior altera, cuius primum extremum magis excedit ſecundũ ſi ſunt maioris inæqualitatis: vel minus exceditur a ſecundo, ſi ſunt minoris inæqualitatis. vt ſeſquialtera eſt maior proportio quam ſeſquitertia, quia in ſeſquialtera maius extremum excedit minus medietate minoris: in ſeſquitertia autem maius excedit minus parte tertia: maior autem exceſſus eſt medietas quam tertia pars. E conuerſo autem maior eſt ſubſeſquitertia quã ſubſeſquialtera, quia in ſubſeſquitertia primum extremum exceditur à ſecundo per tertiam ſui partem, in ſubſeſquialtera verò per medietatem: minor autem exceſſus eſt tertia pars quam medietas. vnde ſiue ille qui cõparatur ad inæquales ſit maior quolibet illorum, ſiue minor, ſiue altero maior & altero minor: neceſſariò habebit ad minorem maiorem, & ad maiorẽ mniorem proportionem: Excedit enim minorem magis quam maiorem, & excedetur minus a minore quã a maiore. Quòd ſi illi inæquales ad ipſum comparentur: cum ex proportione maioris inæqualitatis fiat proportio minoris inæqualitatis & e conuerſo, patet quòd proportiones ſe habent oppoſito modo, id eſt, quæ erat maior fit minor, & quę minor maior.

Sexta Propoſitio.

Si fuerint quatuor numeri proportionales: erunt conuerſim permutatim coniunctim atque diuiſim proportionales.

Cum duæ proportiones ſunt ſimiles, extrema illarum dicuntur proportionalia: & ſic numeri proportionales ſunt, quãdo ſicut primus vnius proportionis ad ſecũdum eiuſdem, ita ſe habet primus alterius ad ſecundum: inter duas aũt proportiones ſimiles habitudo appellatur ab aliquibus proportionalitas: quo nomine & nos in ſequentibus vtemur diſtinctionis gratia. Sit ergo proportionalitas ſimilitudo proportionum: & quantitates proportionales extrema proportionum ſimilium.

Proportionalitas quędam eſt continua, & eſt quando ſicut primus numerus ad ſecundum, ſic ſecundus ad tertium, & tertius ad quartum, vt 2. 4. 8. 16. & 4. 6. 9. & hæc poteſt eſſe inter tres terminos, quorum medius ſuppleat vicem duorum. Alia proportionalitas eſt diſcontinua, in qua ſunt neceſſarij quatuor termini: quia licet primus ad ſecundum ſe habeat ſicut tertius ad quartũ, ſecundus tamen ad tertium ſe habet in diuerſa proportione: vt ſicut. 8. ad. 4. ſic. 6. ad. 3. Iam vero ſiue proportionalitas ſit continua ſiue diſcontinua, inter extrema ſemper erunt proportionalitates: de quibus in propoſitione dicitur.

Conuerſim enim erunt proportionales termini, vt quia primus ſe habet ad ſecundũ ſicut tertius ad quartum: fiet ſi e cõuerſo compares, ſecundus ad primũ ſe habeat ſicut quartus ad tertiũ. Erunt enim ſecundo comparati in conuerſa proportione, id eſt ſi primò proportiones erant maioris inæqualitatis, ſecundo erunt minoris inæqualitatis eiuſdem denominationis: & ſi primo minoris, ſecundo maioris: quare erunt conuerſim proportionales. Vt quia. 5. ad. 3. ſe habet ſicut. 10. ad. 6. in proportione ſupra bipartiente tertias. 3. ad. 5. ſe habebit ſicut. 6. ad. 10. hoc eſt in proportione ſub ſuprabipartiente tertias.

5 · 3
10 · 6
3 · 6
6 · 10

Permutatim erunt etiam proportionales, vt ſi ſicut. 3. ad. 2. ita 9. ad. 6. ſe habent in ſeſquialtera proportione: ita ſi primũ ad tertium compares. ſ. 3. ad 9 ſe habebit ſicut ſecundus ad quartum: ſcilicet. 2. ad. 6. in ſubtripla proportione. Nam maior extremitas proportionis habet ſe velut totum, minor autem ſicut pars, ſeu partes. Atquemadmodum ſe habent duo tota, eodem modo & partes ſimiles illorum, vt medietates tertiæ &c. Eſt enim permutata proportionalitas quando comparamus ex quatuor proportionalibus primum ad tertium, qui ſolent appellari antecedentes, & ſecundum ad quartum qui appellantur conſequentes. Argumentãtur ſiquidem in his proportionalitatibus, atq; ideo primos extremos proportionum appellant antecedentes: & ſecundos conſequentes.

Coniuncta proportionalitas eſt, quando primum & ſecundum extrema vnius proportionis, ſimul comparantur ad ſecundum extremum eiuſdem: & tertium & quartum, ſimul ad quartum. vt inter hos proportionales numeros 2. 4 8. 16. quia ſicut. 2. ad. 4. ſic. 8. ad. 16 quia vtrobiq; ſubdupla erit coniunctim: ſicut. 2. & 4. ſimul, ſcilicet. 6. ad. 4. ſecundum extremum prioris. ſic. 8. & 16. ſimul, ſ. 24. ad. 16. vltimũ extremũ quia vtrobiq; ſeſquialtera.

2 · 4
8 · 16
6 · 4
24 · 16

Diuiſa verò proportionalitas eſt, quando oppoſito modo dicitur, ſi prima quantitas & ſecunda ſimul ſe habent ad ſecundam, ſicut tertia & quarta ſimul ad quartam, habebit ſe prima ad ſecundam, ſicut tertia ad quartam. Quod ex ſuperiori exemplo facilè patet.

2 . 4 Eſt & alius modus argumentandi in proportionalitatibus,
8 . 16 quæ appellatur euerſa proportionalitas: quando ſcilicet datis qua-
6 . 2 tuor proportionalibus, comparantur primum & ſecundum ad
24 8 primum, ſit enim eadem proportio, ſi tertium & quartum compa-
res ad tertium.

Item, in pluribus quatuor terminis proportionalibus inueni-
tur æqua proportionalitas: in qua argumentantur dicentes. Si fue-
rint quotlibet numeri in vno ordine, & totidem in alio ordine,
directè ſiue indirectè proportionales, quæ fuerit proportio inter
extrema vnius ordinis, eadem erit inter extrema alterius ordinis.
6 . 12 vt ſi ſumas in vno ordine tres numeros. 6. 4. 2. & in alio. 12. 8. 4.
4 . 8 qui directè ſunt proportionales: ſicut enim primus ad ſecundum
2 . 4 in priori ordine, ſic primus ad ſecundum in ſecundo, quia vtrobi-
que ſeſquialtera: & ſicut ſecundus ad tertium in primo, ſic ſecun-
dus ad tertium in ſecundo, quia dupla: ergo ſicut extrema prioris
ordinis ſunt in tripla, ſic & extrema ſecundi, Hæc directa propor-
tionalitas ab aliquibus appellatur ordinata, ad differentiam indi-
rectæ quæ & perturbata ſiue inordinata dicitur: & eſt, quando ſi-
cut primus ad ſecundum in primo ordine, ſic ſecundus ad tertiũ
in ſecundo: & ſicut ſecundus ad tertium in primo, ſic primus ad ſe-
18 . 6 cundum in ſecundo. vt ſi in priori ordine ſint iſti tres numeri. 18.
9 . 4 9. 6. in altero. 6. 4. 2. eſt indirecta: & tamẽ eodem modo inter ex-
6 . 2 trema vtriuſque ordinis eſt tripla proportio.

Septima Propoſitio.

Si fuerint quatuor numeri proportionales, productus ex ductu extremorum, æqualis eſt producto ex ductu intermediorum. Quod ſi tres numeri ſunt in cõtinua proportionalitate, quadratus inter medij eſt æqualis ꝑducto ex extremis.

Huic propoſitioni innititur aurea illa regula trium numerorum, de qua in Arithmetica praxi. ſint igitur quatuor numeri proportionales. 3. 2. 6. 4. dico quòd productus ex. 3. in. 4. æqualis eſt producto ex. 2. in. 6. Et licet in numeris ſtatim pateat veritas demonſtrationis, quia tamen tenet etiam in continua quantitate, probatur ex hoc quod vnus aliquis numerus ad vtrumq; productorum habet eandem proportionem: quòd niſi eſſent æquales, fieri non poſſet. Qui enim producitur ex primo in ſecundum, ad illum qui ex primo in quartum, eandem habet proportionem quã ſecundus ad quartum: quoniam multiplicati ſecundus & quartus per primum, producunt æquè multiplices ad ſecundum & quartum: multiplicium autem & ſubmultiplicium eadẽ eſt proportio. At vero idem numerus producitur ex ductu ſecundi in primum, qui ex ductu primi in ſecundum: & ille ad productum ex ſecundo in tertium, eandem proportionem habet quã primus ad tertium eadem ratione: proportio autem primi ad tertium, per permutatam proportionalitatem eſt eadem cum proportione ſecundi ad quartum: & (vt dictũ eſt) vnius numeri producti ex primo in ſecundum, vel ex ſecundo in primum, habet ad alterũ productum proportionem ſecundi ad quartum: & ad reliquũ, proportionẽ primi ad tertium: ergo eandem ad vtrumq;, quod demonſtraſſe oportuit.

6
3 . 2
6 . 4
12 . 1

Secunda pars propoſitionis facile patet: cùm in tribus quantitatibus continue proportionalibus intermedius ſuppleat vicem ſecũdi & tertij. Vnde ductus in ſe ipſum, & ſic quadratus, producet æqualem producto ex extremis per præcedentia.

Octaua Propoſitio.

Datis tribus numeris æqualibus, ex illis adinuenire totidẽ in multiplici & in reliquis ſpeciebus proportionis.

Hæc propoſitio adducta eſt, vt appareat antiquorum in numeris curioſitas: Et eſt inuenire modũ ex numeris æqualibus: inæquales ex additione quadã taliter procreandi, vt inæquales ſe in proportione habeant multiplici, & ex illis alios totidẽ in alia: & ſeruato eodẽ additionis modo, ſpecies omnes proportionis inæqualitatis reperire. Id autem fit hoc pacto. Sume tres vnitates (nam idem contingit de numeris omnibus) ſub prima pone æqualem primę, ſub ſecũda æqualem primæ & ſecundæ, ſub tertia æqualẽ primæ, duplũ ſecundæ, & æqualem tertiæ, habebis enim tres numeros in dupla proportione: quod ſi his ſubſcribas eodem modo operãdi tres alios, illi erũt in tripla proportione: & ex illis qui in tripla, habebis tres in quadrupla: & eadem arte omnes multiplices.

1. 1. 1.
1 . 2. 4.
1 3 . 9.
1. 4. 16.

4.2.1 Ex multiplicibus autem conuerſo modo poſitis creabis omnes
4.6.9 ſuperparticulares: ſcilicet ex tribus qui erant in dupla, ponẽdo ma-
9.3.1. ximum pro primo, & minimum pro tertio ſeſquialteram: & ex il-
9.12.16 lis qui in tripla ſeſquitertiam, & ita in omnibus reliquis.

4.6.9. Iam verò ex ſuper particularibus, eodem ordine fiunt multipli-
4.10.25 ces ſuperparticulares etiam omnes. vt ex ſeſquialtera, dupla ſeſquialtera: & ex illa, tripla ſeſquialtera: & ſic reliquæ. Ex ſeſquitertia dupla ſeſquitertia, tripla ſeſquitertia &c. Ordine autẽ conuerſo fiunt ſuperpartientes: vt ex ſeſquialtera ſuperbipartiens tertias: ex ſeſquitertia, ſupra tripartiens quartas, ex iſtis autem eodem ordine fiunt multiplices ſuperpartientes: vt ex ſuprabipartiente tertias dupla ſuprabipartiens tertias: ex iſta, tripla ſuprabipartiens tertias: ex ſupra tripartiente quartas, dupla ſupra tripartiens quartas: ex illa, tripla ſupra tripartiens quartas: & ita de reliquis. Et hoc modo ex tribus æqualibus fiunt omnes ſpecies inæqualium proportionum, vt dictum eſt.

Quod ſi e conuerſo volueris eaſdem inæqualitatis proportiones reducere vſque ad æqualitatem, vnica etiam regula id efficies, quæ talis eſt. Collocatis tribus numeris in aliqua proportione ſe habentibus, ſub primo pone æqualem illi, à ſecundo aufer primum, & reſiduum pone ſub ſecundo: à tertio aufer primum, & duplum illius qui ſub ſecundo, reſiduum pone ſub tertio. Et hac vnica regula ſubtractionis ſeruata, immutando ordinem dum opus fuerit, ſicut ex tribus æqualibus factæ ſunt ſpecies omnes inæqualitatis, ſic ex vna proportione inæqualium habebis aliam, quouſque peruenias ad tres numeros æquales. Vt ex multiplici ſuperpartiente fit ſuperpartiens, ex ſuperpartiente ſuperparticularis, ex ſub ſuperparticulari multiplex, ex ſub multiplice æqualis.

Tertia pars de figuris in numeris.

Definitiones.

Superficialis numerus eſt qui duobus lateribus continetur.
Solidus verò qui continetur tribus lateribus.

Conſiderarunt antiqui ſapientes etiam in numeris figuras, de quibus pauca quædam dicenda ſunt: Et in primis notandum, quòd ex numeris figuræ fient, ſi pro vnitatibus globulos, vel aliquid huius modi habeas, quos in data figura diſponas. Porrò figuras illas in numeris tantum modo conſideramus, quæ habent latera æqualia: æqualia verò latera habebunt, quando numerus vnitatum vnius lateris, eſt æqualis numero vnitatum cuiuſuis alterius. Augentur autem figurę, ſi ſingulis lateribus addas vnitatem, vel plures vnitates. Vnitas tamen ipſa habet vicem, & eſt principium omnium figurarum, tam ſuperficialium quam ſolidarum: vnde & punctum eſt, & linea, triangulus, quadratum, cubus, ſphæra. &c.

Qui autem ſint numeri ſingulas cõſtituentes figuras, hoc pacto inuenitur, ſi ordinem recti linearum figurarum attendas: vt prima ſit triangulus, ſecunda quadratum, tertia pentagonus &c. Pro prima figura debes addere numeros vnitate maiores: pro ſecunda numeros binario maiores: pro tertia numeros ternario maiores: & ſic in reliquis.

Vt ſi vis inuenire numeros omnes triãgulares, vnitati (quæ primus eſt triangulus) adde binarium vnitate maiorem, habebis triangulum binas in ſingulis lateribus habentem vnitates: cui ſi ternarium addas, habes etiam triangulum trinarum vnitatum in ſingulis lateribus: cui addito quaternario, manet eadem figura aucta per vnitatem in quolibet latere: & hoc modo figura illa poteſt in immenſum augeri. Hinc patet nõ omnes numeros eſſe triangulares, ſed illos tãtùm qui fiunt ex additione prædicta: vt vnitas, ternarius, ſenarius &c.

Quadratos vero numeros omnes habebis, ſi primo quadrato (ſcilicet vnitati) addas ternarium binario maiorem vnitate, & ſic fiat quaternarius: cui ſi addas quinarium (qui maior eſt ternario) per binarium habebis. 9. etiam quadratum: cui ſi addas. 7. fit. 16. etiam quadratus: huic adde. 9. fit. 25. &c. Pentagoni autem omnes hoc pacto inueniuntur: vnitati adde quaternarium, fit quinarius qui eſt ſecundus pentagonus. cui. 7. fit. 12. tertius pentagonus: & iſto ordine addendo ſemper numerum ternario maiorem, habes omnes pentagonos. Et ita fiet in reliquis figuris ſuperficialibus planis, vnde quãdo in definitione dicimus, ſuperficialẽ numerũ duobus lateribus contineri, non eſt dicere quòd ſuperficiales habent tantùm duo latera: ſed eſt idem quòd ſupra diffinitum eſt, numerum qui fit ex multiplicatione duorum eſſe planum.

Solidi etiam appellantur numeri quidam ex denominatione figuratum ſolidarum geometricatum:Et licet plures tales figuræ poſsint conſiderari,quæ pręcipuæ ſunt(ſcilicet cubus,aſſer laterculus pyramis & ſphæra)adducẽtur in exemplũ. Fit cubus ex ductu cuiuſuis numeri in ſeipſum bis,vel (quod idem eſt) ex ductu quadrati in ſuam radicem. Vt ſi dicas ter tria ter, producitur . 27. numerus cubus:bis duo bis,ſiue bis quatuor fit.8.cubus. Numerus verò qui in ſe ducitur ſemel,dicitur radix quadrata: qui verò ſemel in ſe,& iterum in productum,radix eſt cubica. Aſſeres autẽ numeri fiunt,ſi ducas numerum minorem radice quadrati in quadratum ipſum:vt dicendo ter tria quater,ducis quaternariũ in nouenarium:nouenarius autem quadratum eſt,cuius radix.3. fit autem inde.36.numerus aſſer.

Cuneus numerus fit ex ductu trium inæqualium , vt bis tria quater fit.24.

Laterculus fit ex ductu numeri minoris radice quadrati in quadratum ipſum:vt ter tria bis fit.18.

Pyramis ex aggregatione ſimilium planarum figurarũ inæqualium immediatè ſe ſequentium:Et lateratę poſſunt tot modis fieri quot ſunt figuræ planæ regulares,vt ſi pyramidem trilaterã vis habere,compone numeros triangulares ordinatos quot volueris, à maximo illorum ad vnitatẽ ordine perueniendo, conficies pyramidẽ trilaterã. Quòd ſi nõ perducis prædictos numeros ad vnitatem,erit curta pyramis vt in geometricis amplius videbitur. Et ſicut de trilatera pyramide dictum eſt,ita de alijs plurium laterum eſt dicendum.

Sphæricus autem numerus erit,qui ex ductu alicuius in ſe cubiſe productus deſinit in numerum digitũ, ex cuius multiplicatione eſt,vt ſexies ſex ſexies,facit.216.qui quia deſinit in ſenarium (ex cuius multiplicatione factus eſt)appellatur ſphæricus : ſicut.36.qui ex ductu.6.in ſe quadratæ , appellatur eadem ratione circulus:Tales autem rari ſunt.

Prima Propoſitio.

Latere trigoni dato,ſumam totius inuenire.

Cum numeri omnes poſsint eſſe latera cuiuslibet figuræ, quærat aliquis quem trigonum numerum conſtituat numerus pro latere datus. Pro quo eſto regula. Si numerus ille eſt par, duc medietatem eius in numerum vnitate maiorem ipſo, productus erit triangulus quæſitus. vt ſi latus ſit. 4. medietas ſcilicet. 2. ducta in quinarium facit. 10. triangularem numerum: cuius latus. 4. Quòd ſi eſt numerus impar multiplica eundem per medietatem numeri vnitate maioris: vt ſi. 5. eſt datus multiplica ipſum per medietatẽ. 6. ſcilicet per. 3. habebis. 15. trigonum quæſitum.

Secunda Propoſitio.

Si quotlibet numeri fuerint ab vnitate continuè proportionales: tertius quiſque ab vnitate eſt quadratus, & quartus quiſque cubus.

Dictum eſt ſuperius quomodo inueniantur quotlibet numeri in proportione data, vnde in præſenti figura triangulari conſpicies tres ordines numerorum in tribus lateribus, quorũ vnus procedit in proportione dupla aſcendendo, ſecũdus in tripla, tertius in ſeſquialtera tranſuerſaliter. Iam videre eſt.

64. 96. 144. 216. 324. 486. 729.

32. 48. 72. 108. 162. 143.

16. 24. 36. 54. 81.

8. 12. 18. 27.

4. 6. 9.

2. 3.

1.

In latere duplorum tertius ab vnitate eſt. 4. quadratus cuius. R. 2. deinde intermiſſo. 8. 16. quadratus cuius. R. 4. atq; intermiſſo. 32. ordine venit. 64. quadratus cuius. R. 8. Et in eodẽ ordine quartus ab vnitate inuenitur. 8. cubus cuius. R. 2. & ab eodem. 8. quartus. 64 etiam cubus cuius. R. 4. Et in latere triplorum eodem modo ab vnitate tertius eſt. 9. à quo tertius. 81. à quo tertius 729. quadrati quorum primi. R. 3. ſecundi. 9. tertij. 27. Item ab vnitate quarto loco. 27. à quo quarto loco. 729. cubi. R. primi. 3. ſecundi. 9. In tranſuerſalibus autem lateribus, non in ſingulis tamẽ ſed in tertijs quibuſque, eadẽ inuenitur proprietas. Vt in linea tertia ab vnitate ſunt. 9. & . 4. quadrati: in quinta 16. 36. 81. in ſeptima. 64. 144. 324. 729. quadrati, radices quadratorum tertiæ ſunt omnes numeri ſecũdæ. radices quintæ omnes numeri tertię: radices ſeptimæ omnes numeri quartæ.

Et de cubis etiã ſuo modo in quarta linea ſũt.8.&.27.cubi, quotũ radices 2.& 3.numeri ſecundæ, in ſeptima vero.64.216.729.cubi quorum radices 4.6.9.numeri tertiæ lineæ.

Tettia Propoſitio.

Si inter duos numeros ſumantur duo alii proportionaliter, & maior iſtorum fuerit ad priores in medietate Arithmetica, minor erit ad eoſdem in medietate harmonica.

Libet tantiſper ludere adhuc in proportionalitatibus, ſiue medietatibus. Tres igitur medietates conſiderant Arithmetici, ſecundum quod tribus modis diſponunt tres terminos habentes ſe in aliqua proportionalitate, vel ſecundum ſe ipſos, vel ſecundum ſuas differentias. Alia eſt medietas Arithmetica, quæ eſt quando tantùm excedit maiot numerus medium quantum medius minimum: vt.2.4.6, excedit medius minimum per binarium & per eundem exceditur à maximo. Alia eſt Geometrica medietas, & eſt quando proportio maximi ad medium eſt, ſicut proportio medij ad minimum: vt.2 4.8. Tertia medietas appellatur harmonica, & eſt diſpoſitio trium numerorum, quorum maximi ad minimũ eſt proportio, ſicut proportio differentiæ maioris ad medium, ad differentiam medij ad minorem: Vt.2.3.6.vbi proportio maximi ad minimum eſt tripla: differentia autem maximi ad medium eſt. 3. medij autem ad minimum vnitas: ternarij autem ad vnitatem eſt etiam tripla proportio. Similiter.3.4.6.ſunt etiam in eadem harmonica medietate, eſt enim proportio 6.ad.3.dupla, & eadem binarij differenriæ maioris ad medium, ad vnitatem differentiã medij ad minimum. Probatur nunc propoſitio, ſumo duos numeros.24.&.12.inter quos ſumo duos alios proportionaliter, qui erunt.18.&.16.ſicut enim.24.ad.18.eſt ſeſquitertia, ſic.16 ad.12.eſt etiam ſeſquitertia: Maiot autem duorum ſecundo loco ſumptorum eſt in medietate Arithmetica, quia ſicut.24.excedit.18.per ſenarium, ſic.18.excedit.12.per eundem.6.ſunt igitur tres illi numeri in medietate Arithmetica per definitionem: At.24.excedit.16. per.8.eſt ergo.8. differentia inter.24.& 16.inter.16. verò & .12. differentia eſt. 4.ſed ſicut.24.ad.12.eſt dupla proportio, ita 8 . ad. 4.eſt dupla: ſunt igitur 24.16.12.in medietate harmonica: quod exemplatiter probate intendimus.

Quarta Propoſitio.

Si plures numeri in dupla proportione ab vnitate ſumantur, ex quorū aggregatione proueniēs numerus fuerit primus. talis numerus per vltimum illorum multiplicatus producet numerum perfectum.

Tandem de perfecto numero pauca quædā dicenda ſuperſunt: Eſt enim petfectus numerus (vt ſupra diffinitus eſt) qui ęqualis eſt aggregato ex omnibus ſuis partibus: Conſyderant ſi quidē Arithmetici aggregatū ex partibus reſpectu totius, an æquale vel inæquale ſit: vnde quoſdā appellāt diminutos, quoſdā ſuperfluos ſiue abundantes, quoſdā perfectos. Diminuti numeri ſunt, quorū aggregatū partiū minus eſt toto ipſo: vt. 10. cuius partes 5. 2. 1. quę ſimul aggregatæ conficiunt. 8. minorem ipſo. 10. Superflui autem, quorum aggregatum partium maius eſt ipſo toto. Vt. 12. cuius partes. 6. 4. 3. 2. 1. ſimul ſumptæ cōficiūt. 16 qui. 12. excedit. Perfectus autē (vt ſæpe dictum eſt) cuius aggregatum partium æquale eſt ipſi toti: vt. 6. cuius partes. 3. 2. 1. ſimul aggregatæ conficiunt ipſummet. 6. Docet igitur propoſitio inuenire numeros omnes perfectos ſunt enim rariſsimi: adeo vt inter vnitatem & denarium ſit vnus, inter. 10. &. 100. itē vnus, inter. 100. & 1000. vnus: atq; hoc pacto in vno ordine articulorū tantū vnus. Igitur ſi omnes pariter pares ordine diſponas, ab vnitate ſumendo initium (illi enim procedunt in dupla proportione) ſumasque cū ipſa vnitate quot libuerit ſuo ordine, & addas omnes: ſi aggregatū ex illis fuerit numerus primus, tunc ducto maximo illorū in aggregatū, numerus
productus erit perfectus. Vt ſi aggreges vnitatem & binarium fit. .64.
3. qui cum ſit primus ductus in binarium, producit. 6. perfectum .32.
numerum. Eodem modo ſi colligas. 1. 2. 4. fit. 7. qui cum ſit eti- .16.
am primus: ductus in quaternarium (maximum ſcilicet collecto- .8.
rum) producit. 28. numerum etiam perfectum. Si vero addas. 1. 2. .4.
4. 8. fit. 15. qui cùm non ſit primus non conficit perfectum nume- .2.
rum. Si autem. 1. 2. 4. 8. 16 fit. 31. qui primus cum ſit ductus in. 16 .1.
producit. 496. perfectum ſcilicet numerum. Quilibet enim iſtorum perfectorum æqualis eſt aggregato ſuarum partium, vt facilè ſupputando inueniemus: Nec alium aliquando perfectum inuenire poteris, quam qui hoc modo ſunt producibiles.

Arithmetici Compendij. Finis.

Geometrica Elementa.

Elementum Primum.

Definitiones.

Punctum eſt quod nullas partes habet.

Linea eſt longitudo latitudinis expers, cuius extrema ſunt puncta.

Linea recta, à puncto ad punctum breuiſsima via.

Angulus planus, duarum linearum ſe non directe tangentium mutua inclinatio.

Angulus rectus dicitur, quando duo qui fiunt linea ſuper aliam cadente ſunt æquales: & linea quæ cum alia duos rectos facit, eſt perpendicularis.

Angulus maior recto, dicitur obtuſus. Minor verò acutus.

Superficies eſt, quæ longitudinẽ & latitudinẽ tãtum habet.

Plana ſuperficies eſt, breuiſsima inter ſuas lineas extenſio.

Terminus, eſt vniuſcuiuſque rei finis.

Figura eſt, quæ termino aut terminis continetur.

Circulus eſt figura plana vnica linea contenta, quæ peripheria dicitur, ad quam ex puncto medio (quod eſt cẽtrum) omnes lineæ rectæ ſunt æquales.

Diameter eſt linea recta, quæ per centrum tranſiens ad peripheriam terminatur.

Semicirculus diametro & medietate peripheriæ cõtinetur.

Portio circuli, linea recta quę minor ſit diametro, & parte peripherię continetur.

Triangulus(inter recti lineas prima) qui tribus rectis continetur.

Quæ autem quatuor rectis lineis continẽtur, quadri lateræ dicuntur.

Quæ verò pluribus dicuntur multi lateræ.

Triangulus trium æqualium laterum, dicitur æquilater ſiue iſopleurus: duorum autem æqualium æquicrurus ſiue iſoſcheles, trium vero inæqualiũ gradarius ſiue ſcalenos.

Si triangulus habet vnum angulorum rectum, appellatur orthogonius ſiue rectangulus: Si vnum maiorem recto amblygonius ſiue obtuſiangulus: Si autem omnes minores recto oxigonius, ſiue acutiangulus.

Inter quadrilatera quadratum omnia latera habet æqualia, & angulos rectos.

Quadrangulum ſiue altera parte longior, latera oppoſita æqualia & angulos rectos.

Rhombus omnia latera ęqualia, non tamẽ angulos rectos.

Rhomboides latera oppoſita & oppoſitos angulos æquales: non tamen æqui latera neque rectangula eſt.

Reliquę quadrilaterę appellantur trapezię.

Parallelę lineę ſiue æquè diſtantes ſunt, quæ quantumcunq; protrahantur nunquam concurrent.

Poſtulata.

Petitur vt concedatur, à dato puncto ad quotlibet aliud poſſe rectam lineam duci, & eandem quantumlibet in continuum & directum protrahi.

Item ſuper datum punctum ad quodcunque ſpatium, deſcribi poſſe circulum.

Omnes angulos rectos eſſe ęquales.

Si linea recta duas rectas ſecuerit, & ex vna parte duos angulos fecerit interiores minores duobus rectis, ex illa parte prędictas lineas ſi protrahantur tandē cōcurrere.

Communes ſententiæ.

Quæ vni tertio ſunt ęqualia ſunt etiam ęqualia inter ſe.

Aequalia æqualibus addita, ęqualia etiam componunt.

Aequalia ab ęqualibus dempta, relinquunt etiā æqualia.

Quę eidem ſunt ęquemultiplicia, inter ſe ſunt ęqualia.

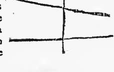
Quæ eiuſdem ſunt medietates, ſunt inuicem ęqualia.

Omne totum Maius eſt ſua parte.

Duæ rectę lineæ non claudunt ſuperficiem.

Duo priora poſtulata facilè ſuadentur, ſi intelligas lineas rectas imaginari indiffinitę magnitudinis: vt in aſtronomia imaginātur, lineam rectam a centro mundi per centrū ſolis ad primum vſque & ſupremū orbem produci. Similiter de circulis ſemidiametros habentes indefinitę magnitudinis: Imaginantur ſiquidem ijdem Aſtrologi, lineam ſuper centro mundi perpendicularem cum axe vna cęli reuolutione circulum ęquinoctialem deſcribere, & hoc pacto plures alios circulos tam maiores, appellatos quā minores imaginantur. Quod autē omnes anguli recti ſint ęquales, inde poteſt ſuaderi: quia inclinatio illa linearum conſtituētium angulum, ex cuius diuerſitate anguli ſunt inæquales, in rectis ſemper eſt eadem. Conſueuerunt tamen practici, quantitatem angulorū ex numero partium peripheriæ circuli ſupra contactum linearum angulum conſtituentium ducti, inter eaſdem lineas incluſarum venari: vnde cum lineæ angulum rectum conſtituentes perpendiculares ſint inter ſe, ſemper intercipiunt quartam partem peripheriæ circuli prędicti: obtuſi autem anguli lineæ maiorem partem quam ſir quarta, acuti vero minorẽ. Vnde diuiſo circulo communi Aſtrologorũ diuiſione in . 360 . partes &c. quia tanrus dicitur angulus quãrus arcus inter ſuas lineas interceptus: Rectus vero angulus ſemper eſt . 90. partium ſir vr omnes tales ſint æquales.

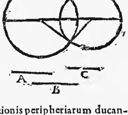
Vltimum poſtulatũ ſic ſuadebitur: duæ illæ lineæ ſuper quas tertia cadẽs illas ſecat, ſi ex altera parre duos angulos interiores minores duobus rectis cauſat, illæ duæ lineæ verſus ſe inuicem inclinanrur: quòd ſi protrahantur ex illa parre creſcet inclinatio & appropinquabunt mutuò : vnde tandem neceſſariò concurrent.



Prima Própoſitio. & eſt Eucl. 22.

Triangulum conſtituere ex tribus rectis lineis quę ſint tribus datis lineis æquales, dum modo duę illarum ſint maiores reliqua.

Hæc propoſirio quæ apud Euclidem eſt. 22. docet triangulum conſtituere cuius larera æqualia ſint tribus datis lineis . Sinr ergo rres lineæ datæ. a. b. c. capio lineam indeſinitæ magnitudinis, vrpote. d. e. ex qua tres abſcindo porriones immediatas, quarum prima ſir æqualis. a. ſecunda. b, tertia. c. & ex termino lineæ primæ ad quantitatem ipſius duco circulum: & eodẽ modo ex termino tertiæ ad quantitatem ipſius, duco alium circulum: ita vt duo illi ſe interſecẽt, quod neceſſariò eueniet (modo centra ſint puncta quibus prima & tertia portiones continuantur cum ſecunda) ſi duę iſtarum ſint maiores reliqua, alias impoſsibile eſt ex eis fieri triangulum. Ad punctum igitur interſectionis peripheriarum ducantur ex centris duorum circulorum duæ lineæ, quæ cum inter media cauſabunt triangulum talem, qualis proponebatur: Siquidem illa quæ à centro prioris circuli ducta eſt æqualis eſt lineæ. a. quia

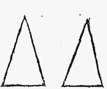


eſt æqualis priori portioni, ſunt enim ſemidiametri eiuſdem circuli. ſimiliter quæ à centro alterius, ęqualis eſt lineæ. c. eadem ratione. linea verò inter duo centra æqualis poſita eſt lineæ. b. vnde tria latera trianguli æqualia ſunt tribus datis lineis, quod erat propoſitum.

Propoſirio ſecunda. Eucl. vero. 4.

Si fuerint duo trianguli, quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, & anguli æquis lateribus contenti æquales: erit baſis vnius baſi alterius ęqualis: & reliqui anguli reliquis angulis: & totus triangulus toti triangulo.

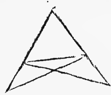
Propoſitio hæc ex æqualium definitione probatur. Sunt enim duæ magnitudines æquales, quarũ ſi vna alteri ſuperponitur, nec excedit illam, nec exceditur ab illa. Sint ergo duo trianguli. a. c. f. & b. d. e. ſirque. a. c. latus vnius, æquale. a. d. lareri alterius: & latus. a. f. lareri. b. e. anguluſque. a. angulo. b. dico quòd baſis. c. f. eſt ęqualis baſi. d. e. & angulus. c. angulo. d. & angulus. f. angulo. e. & totus triangulus toti triangulo. Ponatur larus. a. c. ſuper larus. b. d. & latus. a. f. ſuper latus. b. e. quæ quoniam poſita ſunt æqualia, non excedunr, neque excedentur à ſe inuicem: & quoniam angulus. a. æqualis eſt angulo. b. æqualis eſt inclinatio laterum vtrobiq;: vnde non magis diſtabunt termini laterum vnius quàm rermini larerum alterius: diſtantia autem illa eſt quantitas baſium, vnde neceſſariò baſes ſunt æquales: & ſic reliqui anguli reliquis angulis, & totus triangulus toti triangulo. Quòd ſi baſis vnius eſt æqualis baſi alrerius in eiſdem, erit ęqualis angulus. a. angulo. b. cùm ſit ęqualis inclinatio laterum æqualium.



Tertia Propoſitio. & Eucl. 5.

Si duo latera alicuius trianguli fuerint æqualia, anguli qui ſupra baſim, erunt ęquales. Quòd ſi latera protrahantur, an *guli etiam qui ſub baſi, erunt ęquales.*

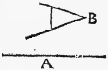
Sit ttiangulus.a.b.c.cuius latus. a.b.ſit æquale lateri. a. c. dico quòd angulus.b.eſt æqualis angulo.c, protrahantur duo hæc latera æqualiter vſque ad. d. &.e.& producantur.d.c.&. b. e.intelligo duos triangulos.a.c.d.&.a.b.e.quorũ quilibet cõpoſitus eſt ex ſuperiori,& altero eorum qui ſub baſi: hi ſe habent ſecundum diſpoſitionem pręcedentis. Latus enim.a.d.lateri.a.e. eſt ęquale: ſimiliter latus.a.b.lateri.a.c.& angulus.a. communis: igitur. d.c &. b.e.baſes æquales ſunt: & duo anguli.a.b.e.&.a.c.d. etiam ęquales. Ruſus ttianguli qui ſub baſim, eodem modo ſe habent: nam portio.d.b.æqualis eſt portioni.c.e.& linea.d.c.oſtenſa eſt æqualis lineæ,b.c.& angulus.d angulo.e.vnde & angulus.d.b.c.ęqualis eſt angulo.b.c.e.quæ eſt ſecunda pars propoſitionis. Item angulus.b.c.d.æqualis angulo.c.b.e.quibus demptis ex angulis a.b.e.&.a.c.d.æqualibus, remanent anguli.a.b.c.&.a.c.b.ęquales, quę erat prima propoſitionis pars.



Quarta Propoſitio. Eucl. vero.23.

Ex puncto in data linea ſignato conſtituere angulum: dato angulo ęqualem.

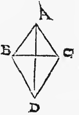
Sit data linea & punctum in ea ſignatum.a. angulus verò datus.b.duabus igitur lineis continentibus angulum.b. addo tertiam perficientem triangulum quomodocunque contingat: ex prędicta autem linea. a. capio tres portiones æquales tribus lineis triangulum conſtituentibus: ita vt in puncto. a. terminentur duæ æquales duobus conſtituentibus angulum. b. & per doctrinam primæ huius cõpleatur triangulus, qui neceſſariò per præcedentẽ ſecundam, erit ęqualis cum triangulo.b.& quia ſingula latera ſingulis lateribus, anguli ſinguli ſingulis etiã angulis æquales: & ſic angulus.



a.angulo.b.ęqualis erit,per conuerſam ſecundæ.

Quinta Propoſitio quę Eucl. 9.

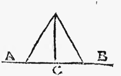
Angulum datum per ęqualia diuidere.

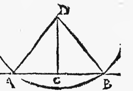


Sit. a. angulus per æqualia diuidendus. Duæ lineæ continentes angulum ſecentur æqualiter vna tertia, quæ ſit.b.c.ſuper hanc(vt baſim)conſtituo per primam triãgulum æquilaterum.b. d. c.& à puncto.d. ad punctum.a. duco rectam per primum poſtulatũ,quę diuidet angulum.a.in duos angulos ęquales:ſiquidem & totam quadrilateram in duos ęquales, & ęquiangulos triangulos (vt patet)per ſecundam huius.

Sexta Propoſitio.Eucl.verò.11.&.12.

Super datam lineam perpendicularem l.neam erigere.

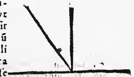




Sit linea.a.b.ſuper quam perpendicularis eſt erigenda:& primo proponatur, perpẽdicularem à puncto ſignato in eadem(putà à puncto.c)erigi debere:capio ex illa à pũcto illo duas ęquales portiones vtrinq;,ſuper quas (vt baſim)conſtituo triangulum ęquilaterum : Et à puncto. c. ad angulum oppoſitum duco lineam rectam, illa eſt perpẽdicularis. Siquidem duo trianguli, in quos diuiditur æquilater, habẽt latera vnius æqualia lateribus alterius: &ſic ſingulos angulos vnius ſingulis angulis alterius: quo fit, vt duo qui ſunt ad.c.ſint ęquales, & proinde recti: & ſic linea perpẽdicularis. Quòd ſi à puncto extra lineam talis perpendicularis debet duci vt ex. d. fiat portio circuli à puncto illo interſecans prædictam lineam in duas partes, producti eadem ſi opus fuerit: & à puncto extra lineam ad interſectiones peripheriæ ducantur duæ rectæ: & angulus. d. diuidatur per præcedentem in duo æqualia: linea enim diuidens erit quę ſita perpendicularis: ſunt enim duo anguli, quos cum priori linea cauſat æquales, & ſic recti: nam duo trianguli in quos diuiditur prior, æqualium laterum ſunt & æqualium angulorum ad inuicẽ: vt patet.

Septima Propoſitio. Eucl. vero. 13.

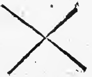
Si linea recta ſuper aliam rectam ceciderit: duo anguli ab illis conſtituti, æquales erunt duobus rectis.



Hæc propoſitio ex quantitate angulorum eſt manifeſta: cùm enim (vt dictum eſt) quantitas vnius recti ſit quarta pars circuli, duorum rectorũ erit ſemicirculus: duo autem anguli prædicti (quomodocunq; linea ſupra lineam cadat) quantitatem habent ſemicirculi: quòd ſi vna in aliam perpẽdiculariter cadit, manifeſti ſunt anguli recti: ſin autem, qui illorum obtuſus eſt, tantùm excedit rectum quantum acutus exceditur a recto. Quòd facile oſtenditur, ducta perpendiculari à puncto contactus linearum: eſt.n. exceſſus idem vt viſu patet.

Octaua propoſitio. Eucl. 15.

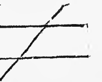
Duę linęę ſe mutuò ſecantes, cauſant angulos contra poſitos ęquales.



Sint duæ lineæ ſe interſecãtes, & conſtituẽtes quatuor angulos, ſuperiorẽ & inferiorem, dextrũ & ſiniſtrũ: dico quòd ſuperior æqualis eſt inferiori: ſimiliter ſiniſter dextro. Si quidem ſuperior cum dextro per præcedentem æquales ſunt duobus rectis: ſimiliter dexter cum inferiori æquales duobus rectis: vnde ſi dextrum communem auferas, remanent æquales ſuperior & inferior: & eodem modo probabis de dextro & ſiniſtro:& tales ſunt qui contra poſiti appellantur.

Nona Propoſitio. Eucl.29.

Si linea recta ſuper duas æquè diſtantes ceciderit, coalterni anguli erunt æquales: & extrinſecus ęqualis intrinſeco ſibi oppoſito: & duo intrinſeci ex vna parte, duobus rectis ęquales.

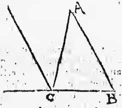


Quod vltimo proponitur in hac propoſitione ex diffinitione æquè diſtantiũ linearũ cũ vltimo poſtulato, eſt manifeſtũ. Nã ſi duo illi intrinſeci anguli nõ ſunt æquales duobus rectis;ex vna parte maiores, & ex alia erunt minores. Vnde lineæ illę concurrerent tandem; & ſic non eſſent ęquè diſtantes:quę tamen poſitæ ſũt ęquè diſtare, ſunt igitur duo anguli inter æque diſtantes comprehenſi, ex altera parte ęquales duobus rectis.: rurſus in parte dextra extrinſecus ſuperior angulus cum ſuo conterminali intrinſeco,æquales etiam ſunt duobus rectis per ſeptimam præcedentem: vnde ſi predictum ſuperiorem intrinſecum auferas, remanet ille extrinſecus ſupremus ęqualis intrinſeco inferiori, qui eſt ſibi oppoſitus:item extrinſecus idem ſupremus per pręcedentem eſt æqualis intrinſeco ſiniſtro ſibi contra poſito: & ille eſt coalternus inferiori dextro, erit igitur illi ęqualis: per illam communem ſententiam, quę ſunt ęqualia vni tertio, ſunt ęqualia interſe.

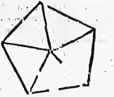
Decima Propoſitio, Eucl.32.

Si trianguli latus protrahatur, fiet angulus exterior duobus internis & oppoſitis ęqualis:vnde tres interni anguli, duobus rectis ſunt ęquales.

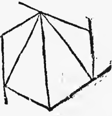
Latus.b.c,triãguli a b.c.protrahatur:dico quod angulus.c qui extra triangulum conſiſtit,eſt ęqualis duobus angulis.a. & .b.qui intra triangulum ſunt ſibi oppoſiti. Ex punto.c. ducatur linea ęquediſtans.a.b.quę diuidet prędictum angulũ.c.externũ in duos: quotũ alter qui coniunctus eſt triãgulo, eſt coalternus angulo a.&.ſic illi ęqualis per precedentem: reliquus verò eſt extrinſecus & oppoſitus angulo. b. & ſic illi ęqualis per eandem. Et cùm totus.c.exterior cũ angulo.c.interiori valeant duos rectos per.7. patet corollarium quod tres anguli trianguli valent duos rectos.



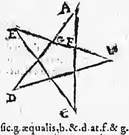
Inde etiam ſequitur, cuiuslibet figuræ multorum angulorum omnes angulos ſimul ſumptos tot ęquales eſſe rectis, quot ipſi ſũt duplicati, dẽptis ſẽper quatuor: vt triãguli tres anguli duplicati fiunt. 6. dẽptis. 4. remanent duo. Quadrilateri quatuor duplicati ſunt.8.demptis. 4. remanent. 4. Pentagoni quinque duplicati ſunt.10.equalibus dẽptis.4 remanent. 6.& ſic de cęteris. Nam à pũcto in medio figurę ad omnes angulos ſi ducas ſingulas lineas; tot conficies triangulos quot erant anguli: & cuiuslibet triangulorum tres anguli ęquales ſunt duobus rectis: demptis igitur in qualibet figura illatum. 4. quos valent omnes ſimul qui ſunt ad punctum in medio figurę, relinquuntur ſupradicti.



Prætereа ſequitur, omnes ſimul angulos externos cuiuslibet figurę recti lineę ęquales eſſe quatuor rectis præciſe: cùm enim externus cum interno ſemper equiualeãt duobus rectis; & omnes interni (vt dictum eſt) valeant ſinguli binos rectos minus. 4. relinquitur, omnes externos neceſſariò quatuor rectis eſſe ęquales. Quòd ſi



latera figurę multorum angulorum adeo protrahantur, vt ſecūdo concurrant (vt in pentagonis,& plurium laterum figuris contingit:) tunc anguli qui ex concurſu ſecundo fiunt, qui & egrediētes appellantur, ſeruant ſimilem in quantitate habitudinem; vt ſcilicet primæ figurę egredientium angulorum, quinque anguli duobus rectis ſint æquales: & inde pro quolibet angulo addantur duo recti; quem admodum in angulis primis dictum eſt. Probatur hoc in pentagono.a. b.c.d.e.cape triangulum.a.f g. angulus.f eſt exterior in triangulo.f.c. e. vnde ęqualis.c.&. e. angulus itē. g.exterior eſt in triangulo.g,b d.,& ſic.g æqualis,b.&.d.at.f.& g. cum.a.æquales ſunt duobus rectis,igitur quinque illi egredientes duobus rectis ſunt æquales. Sic, 6. anguli egredientes exagoni quatuor rectis: & ſeptem heptagoni ſex rectis ęquales ſunt:& eodem modo de reliquis.

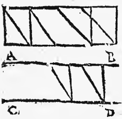


Quòd ſi tertio lineas concurrere contingat (quod primùm in figura ſeptem laterum contingit) ſeptem anguli ſecundi ordinis egredientium valent duos rectos: & ſic in alijs figuris pro quolibet angulo addendi ſunt duo recti: eodem modo de tertio & quarto ordine egredientium. Sed de his pluſquam ſatis: parum enim vtilitatis habet harum figurarum conſideratio.

Vndecima Propoſitio. Eucl.35.

Omnia parallelogramma ſuper eandem baſim, vel ſuper æquales baſes; & inter lineas æquè diſtantes conſiſtentia; ſunt æqualia.

Parallelogramma ſunt figurę quadrilateræ, quæ angulos oppoſitos & latera oppoſita habent æqualia: ſint ergo inter duas ęque diſtantes: ab.& c.d & ſuper eandem baſim duæ figuræ parallelogrammæ, quarum altera ſit rectangula, altera ſit rhomboides: ductis ex duobus angulis qui in baſi rectangulæ duabus lineis parallelis, quæ quidem vno ex tribus modis contingit vt ſe habeant cum

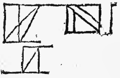


lateribus primæ figuræ rectangulæ: quia latus rhomboidis quod ex angulo. c. vel non attingit latus rectanguli oppoſitum, vel tangit tantum in angulo oppoſito vel ipſum inrerſecat, quomodocunque contingat, dico rectangulum æquale thomboidi. In prima ſiquidem figuratione duo qui fiunt trianguli ſunt æquales: & irregularis figura (quæ eſt inter illos) communis vtrique: vnde addita illis remanent figurę æquales. Probatur autem quod trianguli ſunt ęquales: duæ enim lineæ perpendiculares æquales ſunt quia latera parallelogrammi: baſes etiam æquales ſunt, quia ex duobus æqualibus lateribus parallelogrammorum ablato quod inrer illas baſes intereſt, neceſſariò remanent æquales: ſed & anguli æquis lateribus contenti ſunt recti totus ergo triangulus toti triangulo æqualis. Si verò latus quod erigitur pro rhomboide ex. c. contingat oppoſitum latus rectanguli in angulo oppoſito, tum clariùs patet: ſiquidem tota figura diuiditur in tres triangulos æquales: in quorum vno communicant duo illa parallelogramma, & cuilibet reſtat alius peculiaris: ſunt igitur æqualia: quoniam æqualibus idem commune addimus. In tertia verò figuratione eodem modo patet, nam duo latera rhomboidis cum perpendicularibus rectanguli, cauſant duos æquales triangulos communicantes in alio triangulo: quo ſublato, remanent duæ irregulares figuræ æquales ex triangulis: quibus ſi addas triangulum aliũ in quo communicant rectangulum & rhomboides, remanent æqualia eadem parallelogramum & rhõboides: quod erat probandum.

Inde facile colliges, ſuper æquales baſes inter æquê diſtantes lineas, parallelogramma eſſe æqualia: vt rectangulum. b. rectangulo. c. ſunt enim æquales vni tertio ſcilicet rhomboidi.

Duodecima Propoſitio. Eucl. 41.

Si inter lineas æquè diſtantes, parallelogrammũ & triangulus ſuper eandem, vel ſuper æquales baſes fuerint: erit parallelogrammum duplum triangulo.

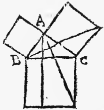


Hæc propoſitio manifeſta eſt ex ſuperiori: nam in prima figuratione (ſcilicet.a.) triangulus eſt medietas parallelogrammi: linea enim quæ diameter eſt, eſt latus triangulorũ diuidens ipſum parallelogrammum in duos æquales triangulos: quorum quilibet eſt medietas totius. In ſecunda figuratione in qua duo latera trianguli egrediuntur extra aream parallelogrammi, patebit idem ſi ex altero angulo baſis ducas lineam æquè diſtãtem lateri oppoſito trianguli: fit enim rhomboides æqualis rectangulo per ſuperiorem, qui ab alio latere triãguli diuiditur in duas medietates: vt dictum eſt. Quod ſi ſuper ęquales baſes fiant: idem patet ex præcedente demonſtratione.

Propoſitio Tertiadecima. Eucl. 47.

In triangulo rectangulo quadratum lateris angulo recto oppoſiti eſt æquale duobus quadratis reliquorum laterum ſimul ſumptis.

Quadratũ alicuius lineę, eſt quod fit ex quatuor lineis illi æqualibus. Sit igitur in præſenti figura triangulus, qui eſt inter tria quadrata rectangulus: & quadratum inferius lateris oppoſiti angulo recto: dico quod illud eſt æquale duobus ſuperioribus quadratis reliquorum laterum. Ducatur ex angulo recto perpendicularis in baſim per. 6. præcedẽtẽ, quę diuidat inferius quadratũ in duas portiones: dico portionẽ dextrã æqualẽ eſſe quadrato dextro: & ſiniſtrã ſiniſtro. Duco enim ex angulo triãguli oppoſito iſti quadrato dextro lineã ad oppoſitũ quadrati angulũ: itẽ ex angulo recto triãguli ad angulũ oppoſitũ in prædicta portione dextra, cõficio-



his lineis duos triangulos: quorũ angulus vnius communicat cum angulo alterius in angulo vno trianguli prioris: quos duos triangulos cùm æquales probauero ; facile habebo quod probare intẽdebã: ſcilicet quod quadratum dextrum ſuperius eſt æquale portioni dextrę inferioris quadrati. Nam ſuperior triangulus cum quadrato illo dextro inter lineas æque diſtantes & ſuper eandem baſim continetur : vt facile patet: ſimiliter & triangulus reliquus cũ portione illa dextra eadem ratione. Probo igitur hos duos triangulos eſſe æquales, habent enim ſe ſecundum diſpoſitionem ſecũdæ huius, quæ eſt. 4. Eucl. cuiuſlibet enim illorũ duo latera ſunt æqualia duobus lateribus alterius: quia alterum eſt latus quadrati inferioris ,& alterum latus quadrati dextri, latera autem quadrati æqualia ſunt: duo igitur latera vnius iſtorum duobus alterius ſunt æqualia: ſed & anguli æquis lateribus contenti æquales ſunt, cum quilibet contineat vnum rectum & præter illum, angulum trianguli communem: igitur totus triangulus ſuperior toti inferiori eſt æqualis. Et quia (vt dictum eſt in proximè præcedẽte) ſuperior triangulus ſit medietas quadrati (quia ſuper eandem baſim & inter lineas equè diſtantes)& inferior eadem ratione medietas portionis dextrę: patet quadratum & portionem eſſe æqualia, per illam communem ſententiam. Quorum medietates ſunt æquales, ipſa tota ſunt æqualia . Sed eodem modo probabis de reliqua portione & quadrato ſiniſtro: vnde æquale eſt quadratũ inferius lateris quod opponitur angulo recto, duobus quadratis reliquorũ laterum: quod probare oportuit.

Primi Elementi finis.

Elementa Geometrica.

Elementum Secundum.

Definitiones.

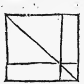
Parallelogrammum rectangulum ſub duabus lineis angulum rectum ambientibus, contineri dicitur.

Parallelogramma (ſiue æqui diſtantium laterum figurę) licet habeant quaterna latera, & quaternos angulos, tamen dicuntur fieri ex duabus lineis comprehendentibus rectum angulum ſi rectágula (ſũt) quia de his præcipuè eſt ſermo) ex hoc quod reliqua duo latera ſunt illis æqualia: quodlibet ſuo oppoſito. Et is erit deinde nobis modus loquendi, quod fit ex vna linea in aliam, pro parallelogrammo ex illis duabus lineis & alijs duabus ſibi æqualibus.

Parallelogramma quæ diameter ſecat per medium, dicũtur conſiſtere circa diametrum.

Diameter in parallelogrammo, eſt linea ab vno angulo parallelogrammi ad angulũ oppoſitum, vnde cum in parallelogrammo latera oppoſita ſint æqualia: diameter ſemper in partes æquales ſecat parallelogrammum: quia in duos æquales triangulos per ſecundam primi præcedentis.

Gnomon autem dicitur, quod libet illorũ quæ circa diametrum conſiſtunt vnà cum duobus ſupplementis.



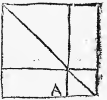
Supplementa in præſenti figura dicuntur duo parallelogramma, quæ diameter non ſecat: duo autem ſupplementa cum altero eorum qui circa diametrum conſiſtunt, conficiũt gnomonẽ: Inde eſt illud Ariſt. in Categorijs: ſi quadrato gnomonem addas creſcit ſed nõ alteratur, quia manet eiuſdem figuræ cuius antea.

Prima

Prima Propoſitio. Eucl. vero. 4.

Si linea recta in duas partes diuidatur, quadratum totius erit æquale quadratis duarum partium cum duobus parallelogrammis, quæ fiunt ex vna partium in alteram.

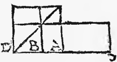
Tres priores huius ſecundi Eucl. propoſitiones clariſsimę ſunt, nec demonſtratione indigent, & ad ſequentia non ſunt ad modū neceſſariæ: ideo quartam pro prima demonſtramus, & quidem in præſenti figura etiam ſenſui patet, nam linea inferior totius quadrati diuiſa eſt in puncto. a. inq́; quadrato conſpicis duo quadrata circa diametrum conſiſtentia: quorum patuum manifeſtum eſt eſſe quadratum minoris partis, cum minor pars ſit latus eius. Maius autē quadratum ideo quadratum maioris partis dicitur, quia latera æqualia ſũt maiori parti: præterea ſupplementa duo dicuntur fieri ex partibus, quia latera illorũ ſunt illis partibus æqualia. Quòd ſi in numeris volueris exēplum: ſit prædicta infima linea. 6. diuidaturque in. 4. &. 2. quadratum totius ſcilicet. 36. ęquale eſt duobus quadratis partium (ſcilicet. 16. &. 4.) & duobus parallelogrammis qui ex. 4. in. 2. nam. 16. quadratum maioris &. 4. quadratũ minoris cum duobus octonarijs, qui fiunt qui libet ex bis quatuor, conficiunt. 36. quadratũ totius.



Propoſitio ſecunda. Eucl. 5.

Si eadem linea ſecetur per æqualia & per in æqualia, rectangulum ſub in æqualibus ſectionibus contentum, cũ quadrato partis intermediæ adæquatur quadrato medietatis totius lineæ.

Sit diuiſa linea præſentis figuræ. c. d. per æqualia in puncto. a. & eadem per in æqualia in puncto. b. parallelogrammum autem contentum ſub inæqualibns ſectionibus ſit ab inirio lineæ, id eſt, a puncto. c. vſque ad punctum. b. nam linea à principio ad illud pūctum eſt maior pars: & quæ cum illa cauſat parallelogrammũ eſt æqualis minori parti: Hoc parallelogrammũ cum quadrato parti s intermediæ, quæ eſt inter. a. &. b. patet eſſe æqualia quadrato mediæ lineç, quod eſt in eadem figura. Nam tale eſt quadratum illud ſuperius quòd exiſtit circa diametrum: quale & quantũ eſſet quadratum prædictæ intermediæ, cum latera eius ſint æqualia eidem. a. b. Rurſus prædictum parallelogrammum cum eodem quadrato, minus eſt tota figura per quadratum. inferius circa diametrũ conſiſtens cum ſupplemẽto quod ſupra ipſum eſt: id autem totũ (id eſt quadratum inferius cũ ſupplemento) æquale eſt parti parallelogrammi extra quadratum medietatis exiſtenti: vnde çqualia remanent ex vna parte quadratum medietatis: & parallelogrammum ex inæqualibus cum quadrato intermedij ex alia.

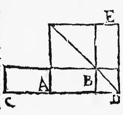


In numeris etiam demonſtratur idipſum. vt ſi tota inferior linea ſit 8. & diuidatur per æqualia in duos quaternarios: & per inæqualia in. 6. &. 2. parallelogrammum ex inæqualibus ſcilicet. 6. in. 2. erit. 12. qui cum quadrato binarij lineæ intermediæ (quod eſt. 4.) facit. 16. quadratum. 4 medietatis. 8.

Propoſitio Tertia. Eucl. 6.

Si diuidatur linea per æqualia, & ei alia in longum addatur, parallelogrammum quod fit ex tota compoſita in partem additam cum quadrato medietatis prioris, æquale eſt quadrato compoſitæ ex medietate & addita.

Sit infima linea præſentis figuræ. c. b. diuiſa in duas medietates in puncto. a. addaturque ei in longum linea à puncto. b. ad finem. d. parallelogrãmum ergo infimum totius figuræ cũ quadrato medietatis æquale eſt quadrato compoſitæ ex medietate & addita: quod facile patet, quandò quidẽ prædicta parallelogrammum & quadratũ, ſunt minus tota figura per ſupplemẽtum dextrum & ſuperius: qua

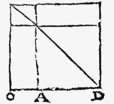


dratum vero totum minus etiam eſt tota figura per parallelogrãmum, quod eſt extra quadratum, ſi ergo loco vnius ponas aliud, cum ſint æqualia (quia æqualia ſupplemento reliquo, vt patet) relinquuntur æqualia ex vnà parte, totum parallelogrammum inferius cum quadrato medietatis exiſtente circa diametrum: & ex alia, quadratum compoſitæ ex medietate & addita.

In numeris verò prior linea. c. b. ſit. 8. cui diuiſę in duos quaternarios addatur binarius, parallelogrammum ex tota compoſita (ſcilicet. 10.) in binarium additum eſt. 20. quadratum mediæ prioris. 16. quæ ſimul ſumpta faciunt. 36. tantum eſt quadratum medietatis cum addita ſcilicet. 6. ſexies enim ſex facit. 36.

Quarta Propoſitio Eucl. 7.

Si recta linea in duas partes diuidatur, quadratum totius cum quadrato vnius illarum partium æquum eſt illis quę fiunt ex tota linea in eandem partem bis, & quadrato alterius partis.



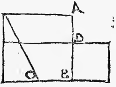
Sit vt ſuperius linea. c. d. infima. diuiſa in puncto, a. vt contigerit, accipio quadratum totius & quadratũ minoris partis, illa duo quadrata ſenſu patet eſſe æqualia duobus parallelogrammis ſcilicet inferiori compoſito ex paruo quadrato circa diametrum conſiſtente, & ſupplemento illo inferiori, & compoſito ex eodem quadrato & ſupplemento reliquo, cum quadrato alio circa diametrum conſiſtente: nam vtrobiq; paruum quadratũ bis ſumitur: ſemel cum toto quadrato, & iterum per ſe: & item bis cũ componit duo parallelogramma cum duobus ſupplementis.

Patet etiam in numeris: ſi prædicta linea ſit. 6. diuiſa. in. 4. & . 2. quadratum totius eſt. 36. quod cũ quadrato minoris partis quód eſt. 4. facit. 40. idem eueniet ex 6. in. 2. bis & . 4. in ſemetipſum.

Quinta Propoſitio. Eucl. vero. 11.

Datam lineam ſic ſecare, vt rectangulum (quod ſub tota & vna eius portione continetur) ſit æquale quadrato alterius partis.

Sit linea .a.b. quæ eſt latus quadrati maioris: quæ diuidenda eſt vt hæc propoſitio aſſerit: & fiat quadratum ex illa: latus quadrati infimum diuidatur in duas medietates in puncto c. à quo ad angulum dextrum ſuperiorem ducatur linea: ad cuius ęqualitatem protrahatur latus illud infimum, ab eodem puncto .c. in directum: remanet neceſſario portio quędam iſtius lineę extra quadratum: ſuper quam portionem conficio quadratū extra quadratum prius: & latus ſuperius iſtius quadrati ſecabit lineam priorem in puncto .d. illud punctū eſt quod quęrebam. Protracto .n. latere illo ſuperiori minoris quadrati vſq; ad latus oppoſitum maioris, diuidetur quadratum maius in duo parallelogramma: quorum ſuperius eſt æquale quadrato paruo. Quod ita probatur: intelligatur infima illa linea .b. e. diuiſa per medium in puncto .c. & illi addita pars quę eſt latus quadrati parui erit per. 3. præcedentem: quod fit ex tota in iſtam additam cum quadrato medietatis: æquale compoſito ex medietate & addita: & inde quadrato illius quæ a puncto .c. ad angulum ducta eſt: & per vltimam primi iſtius: quadratis duarum linearum .c. e. & .f. e. continentium angulum rectum trianguli exprædicta facti. Vnde ſi vtrinque auferas quadratum medietatis ſupradictum remanent æqualia, quadratum prioris lineæ, & parallelogrammum compoſitum ex paruo quadrato & inferiori parallelogrammo. Et ſi ab his æqualibus demas præfatum inferius parallelogrammum: æqualia manent parallelograminum ſuperius quod ex tota linea .a.b. in partem ſuperiorem, & quadratum partis inferioris: quod erat demonſtrandum. Hæc in numeris non oſtenditur: erit tamen neceſſaria in ſequentibus: quia diuiditur hac diuiſione linea ſecundum rationem habentem medium & duo extrema.

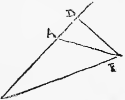


Sexta Propoſitio. Eucl. 12.

In triangulis obtuſiangulis, quadratum lateris oppoſiti angulo obtuſo maius eſt duobus quadratis reliquorum laterū, per duo parallelogramma quæ fiunt ex vno illorum late-

rum, in lineam quæ ſibi adiuncta ad perpendicularem, ab obtuſo angulo protrahitur.

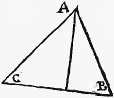
Sit in pręſenti triangulo .angulus a. obtuſus. & linea.b.c. illi, oppoſita addaturq́; lineę b.a. in cõtinuũ alia linea: ad quã ex pũto. c. perpendicularis ducatur.c.d. Iam linea.b.d. per primã iſtius quę Euclidis eſt. 4. diuiditur in puncto.a. & per eandem quadratum ipſius valet quantum duo quadrata ſuarum partium, & amplius duo parallelogramma ex vna parte in alteram: ſed per vltimam primi præcedentis, latus.b.c. poteſt quantum.b.d.&.d. c. eo quod angulus.d. eſt rectus: erit igitur quadratum lineæ.b.c. æquale tribus quadratis linearum.b.a.&.a.d.&.d.c.& pręterea duobus parallelogrammis ex.b.a.in.a.d. At verò per eandem vltimam primi quadratum lateris.a.c. valet duo quadrata linearum.a.d.&.d.c. Quadratum ergo lineæ.b.c. valet quantum duo quadrata linearum.b.a.&.a.c,& vltra duo parallelogramma ex.b.a.in.a.d. quod erat probandum.



Septima Propoſitio.Eucl.13.

Latus quod opponitur angulo acuto cuiuslibet trianguli tanto minus poteſt reliquis acutum continentibus: quantum eſt quod fit ex vno illorum bis ducto in illam ſui partem quæ eſt inter acutum angulum & perpendicularem ab oppoſito ſibi angulo ductam.

Hæc propoſitio.13.ſecundi Eucl. tenet tam in orthogonijs quã in ambligonijs & oxigonijs triangulis, quilibet enim triãgulus ad minus habet duos angulos acutos. vnde ad latus quod commune eſt duobus acutis: perpendiculatis ex oppoſito angulo ducta: neceſſario cadit intra triangulum, & ſic (vt in practica Geometrica dicetur) omnes trianguli hac demonſtratione metiuntur, ſit itaque in triangulo.a,b.c.angulus.c.acutus latus.a,b. illi oppoſitus: cuius quadratum dico minus eſſe duobus reliquotum laterum quadratis: per duo patallelogramma ex. b.c.in. d.c. Quoniam enim linea.b.c.diuiſa eſt vt cunq; in pũcto.d, erit per quartam pręcedenté quæ eſt.7. Eucl. quadratum totius.b.c. cũ quadrato partis.d.c.æquale duobus parallelográmis quæ ex tota.b c. in eandem partem.d.c.& quadtato reliquæ partis. b.d. quibus æqualibus ſi addas commune quadratum. a.d. remanebunt ex vna parte tria quadrara linearum.b.c.&.d.c.&.a.d.& ex altera duo quadrata linearum.a.d.&.b.d.& duo parallelogramma prædicta æqualia, at quadratum lineæ.a.c.per vltimam primi: æquum eſt duobus quadratis.a.d.&.d.c.ponatut igitur loco illorum: & erunt duo quadrata duorum latetum.a.c.&.b.c.æqualia duobus quadtatis.a.d. &.b.d.ſimul cum duobus parallelogrammis ſupradictis, per eandem veto vltimam ptimi quadratum lateris.a.b. æquale eſt duobus. a. d. &.b.d.ſuperatur ergo a duobus quadratis reliquorum laterum per duo parallelogramnia ex.b.c.in.d,c.confecta: quod erat demonſtrandum.



Finis Secundi Elementi.

Elementa Geometrica.

Elementum Tertium.

Definitiones.

Circuli quorum diametri ſunt æquales, ſunt ipſi æquales: & cuius diameter maior, eſt maior: cuius vero minor, minor.

Linea dicitur contingere circulum quæ tangens: vtrinque producta ipſum non ſecat.

Circuli etiam ſe tangentes erunt: cum ſe tangentes non ſecant..

Sectio ſiue portio circuli eſt: quæ recta linea intra circulum quæ corda appellatur & parte circumferentiæ quæ arcus dicitur continetur.

Angulus portionis eſt, qui a lineis quæ exterminis cordæ in aliquo puncto arcus producuntur cauſatur.

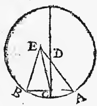
Sector circuli eſt figura, quæ duabus à centro ad circunferētiam lineis rectis & parte peripheriæ continetur.

Similes ſunt portiones: quorum anguli ſunt æquales.

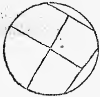
Prima Propoſitio.

Data peripheria ſiue parte perpheriæ circuli: inuenire centrum..

Huic primę Eucl. viſum eſt iungere. 25. eiuſdem: facile enim conſequitur ipſam, ſit ergo primo peripheria totius circuli data: cuius centrũ inquirimus, huic apto lineam rectam vt intra circulum quomodocunq; cadat: & eius extrema ſint in circunferentia: vt linea. a. b. hic diuido per æqualia in puncto. c. atq; inde erigo perpendicularem ſuper ipſam: quæ vtrinq; protracta erit diameter circuli: & ita diuiſa per æqualia habet in medio cẽtrum. Quod enim in nullo alio puncto poſsit eſſe centrum patet, nam in eadẽ linea non: quia ſemi diametri non eſſent æquales. i. à centro ad circunferentiam: quod eſt contra definitionẽ circuli, ſed neq; extra lineam: nam ſi eſſet vt in puncto. d. ducam lineas a terminis prioris lineæ: & a medietate ipſius ad prædictum punctum. d. erunt duo trianguli quorum latera vnius, lateribus alterius eſſent æqualia, vnde & anguli etiam æquales. vnde & anguli qui ad. c. æquales, & ſic recti: ſed qui fiebant ex linea perpendiculari etiam erant recti, & ſunt reſpectu illorum pars & totum, ſequeretur igitur quod pars eſſet æqualis toti quod eſt impoſſibile, nam oẽs anguli recti ſunt æquales.



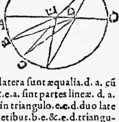
Hinc facile patet: ſiue toti peripheriæ ſiue cuilibet eius parti duas rectas applices: & ex medietate illarum erigas perpendiculares: cũ in vtraq; ſit centrũ, eſſe neceſſariò in pũcto interſectionis illarũ, vt in figura patet: atq; hinc habetur modꝰ perficiendi in cũpletũ circulũ. Inde etiã patet, per quæcũq; tria pũcta quæ tamen non ſint in eadem linea recta, poſſe nos deſcribere circulum: nam ex medietate cuiuslibet duarum linearum quæ a duobus illorum ad tertiam ducuntur: poſſunt duci duo perpendiculares ad eandem partem: quæ ſe interſecabunt in puncto quod erit centrum, vt ſi ſint tria puncta. a. b. c. ab. a. & . b. ad c. ducantur lineę & a medietate illarum verſus. d. perpendiculares ſupra ipſas oſtendunt centrum. d. peripheriæ quæſitæ.



Secunda Propoſitio.Eucl.7.

Si intra circulum à ſignato puncto extra centrum lineæ ducantur ad peripheriam: quæ per centrum tranſit erit omnium longiſsima, quæ cum illa complet diametrum erit omnium breuiſsima: quæ ab his æquè diſtant erunt æquales: quæ autem magis appropinquant longiſsimæ ſunt longiores, & quę appropinquant breuiſsimę ſunt breuiores.

Hæc propoſitio ſic probarur, a puncto. d. extra centrum in circulo præſenti ducantur ad circumferentiam lineæ. vt. d. a. &. d. b. &. d. c. aſſerit hæc ptopoſitio quod linea. d . a . longior eſt quam linea. d. b. & linea. d. b, quam linea. d. c. Probatur hoc quoniam ſi ex centro. e. ducãtur ad puncta. b. & c. lineæ facient triangulos cum prædictis & portione quæ eſt intet centrum circuli & punctum. d. at duo latera trianguli. e. b. d. (ſcilicet. c. d. & e. b. ſimul longiora ſunt. b. d (dictum eſt enim in prima propoſitione primi precedentis non poſſe fieri triangulum ex tribus lineis niſi duæ illarũ ſint longiores reliqua) & eadem duo latera ſunt æqualia. d. a. cũ c. a. &. e. b. ſint ſemidiametri &. d. e. &. e. a. ſint partes lineæ. d. a. illa igitur longior eſt quam. d. b. Item in triangulo. c. e. d. duo latera. c. d. & d. e. ſunt æqualia duobus latetibus. b. e. &. e. d. trianguli. b e. d. angulus tamen in centro trianguli. c. e. d. minor eſt angulo qui in centto trianguli. b. e. d. vnde & baſis. d c. minor baſi. d. b. ex maiori inclinatione laterum æqualiũ. Item ptobo quod minor ſit linea. d g. quam linea. d. f. quæ. d. g. complet diametrũ cũ longiſsima, nam. e. f. &. e. g. æquales ſunt quia a centro. Sed. d e. &. d. f. ſimul maiores ſunt quam. e. f. ergo maiores quam e. g non autem in pottione. e. d. cõmuni ergo. d. f. maior eſt. d. g. quæ autem æque diſtant a longiſsima ſiue breuiſsima ex dictis probãtur æquales vnde non indigent alia probatione.

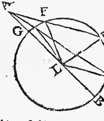


BIBLIOTECA UNIVERSITARIA SEVILLA

Tertia Propoſitio. Eucl.8.

Si à puncto extra circulum ad peripheriam circuli ducantur plures lineę intra eundem, quę tranſit per centrum eſt omnium longiſsima: ex reliquis verò quę magis appropinquant longiſsimę ſunt longiores, portiones verò illarum quę manent extra circulum, econuerſo ſe habent: vt illius quę per centrum ſit breuiſsima: & illi propinquiores breuiores.

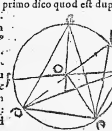
Eodem modo probatur iſta quo ſuperior: nam a puncto. a. extra circulum ductis lineis. a.b. &. a.c. &. a.d. ad peripheriam intra circulum; ſi à centro ducas lineam. e.c. erunt in triangulo. a. e.c, duo latera. a. e. &, e.c. ſimul ſumpta longiora. a. c. & tame duo illa erāt ęqualia lineæ. a.b. quia. e.b. &. e.c. ſunt ſemidiametri eiuſdẽ circuli & ſic æquales: & linea. a.e. eadem, igitur. a.b. longior. a.c. Item angulus qui eſt ad centrum in triangulo. a. e.c. maior eſt angulo qui ad centrum in triangulo. a. e.d. quia continet ipſum & aliquid aliud, ergo baſis. a. c. maior eſt baſi. a. d. Quòd autem in portionibus quæ ſunt extra circulum ſit è conuerſo, eodem modo probatur: ſi ab eodem centro. e. ad interſectiones cum peripheria ducantur lineæ vt. c.f. e.g. in triangulo enim. a. e.g. duo latera. a. g. &. g. e. ſūt longiora latere. a. e. at portio lineę. a. e. ſcilicet e. h. æqualis eſt lateri. e.g quia à centro ad circumferētiā, ergo. g. a. maior eſt h. a. Itē quia ad latera. a. e. &. e.g. ſunt ęqualia duobus lateribus. a. e. &. e. f. & in centro angulus. f. e. a. eſt maior quā angulus. g. e. a. erit baſis. f. a. maior baſi. g. a.



Quarta Propoſitio. Eucl.18.

Si intra circulum in eadem portione fiant duo anguli, vnus ad centrum & alius ad circumferentiam: qui ad centrū duplus eſt reliquo.

Sit in præſenti circulo in portione maiori à terminis lineæ.d.e.chordæ illius portionis angulus in cẽtro.o.dico illum eſſe duplum angulo quolibet exiſtente in peripheria: qui ab eiſdẽ chordæ terminis productis lineis fiat, & primo dico quod eſt duplus angulo.a. Ducatur enim linea.a.o. & intelligo angulum. o.diuiſum. in duos angulos quorum vterq; dupl⁹ eſt medietate anguli.a ergo totus.o. toti.a.ſiquidem lineæ.o.a.&.o.e.æquales ſũt, quia ſemidiametri: anguli igitur ſuper lineam.a.e.æquales, & cum medietas dextra anguli.o.ſit in illo triangulo angulus extrinſecus: eſt æqualis vtrique, ergo duplus ad quemlibet illorum, & eodem modo dicẽdum de reliqua medietate: totus ergo angulus.o.duplus eſt angulo.a.Quod autẽ ſit duplus angulo.b. facile etiam patet, nam duo latera.o.b.&.o.e.æqualia ſunt quia ſemidiametri: ergo anguli ſupra baſim.b.e.æquales, & totus angulus.o. eſt extrinſecus: ergo æqualis vtriſq;: & ſic duplus ad quemlibet illorum & ſic ad.b. Sed & angulo.c.etiam duplus probatur, ſi ducas diametrum.f.o.e.ſunt.n.æqualia latera. o. e. &. o. c.ergo angulus.f.o.e. duplus ad totum angulum.c. compoſitum ex priori & illo qui fit propter.f.c.&.d.c. ſed angulus qui etiam in centro additus eſt propter prædictam diametrum, eſt duplus illi qui in circunferentiam propter eandem diametrum addebatur angulo. c.eò quòd ille eſt extrinſecus in triangulo.d.o.c. reſiduum ergo anguli.o.erit duplum reſiduo anguli.c. Remanet ergo angulus.o.prior qui ad centrum in portione cuius chorda.d.e. duplus cuilibet in circunferentia eiuſdem portionis: quod erat oſtendendum.



Quinta Propoſitio. Eucl.20.

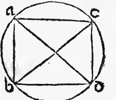
Omnes anguli in circunferentia eiuſdem portionis æquales ſunt ad inuicem.

Hæc eſt quaſi corollarium eorum quæ dicta ſunt in præcedẽte: nam ſi angulus in centro eſt duplus ad quencumque in circunferentia, illi omnes neceſſariò ſunt æquales: quia medietates eiuſdem.

Sexta propoſitio. Eucl.22.

Si in circulo quadrilaterum inſcribatur: habet binos angulos oppoſitos equales duobus rectis.

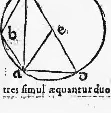
In circulo præſente ſit quadrilaterum quomodocunq;. a.b. c.d. & ducantur duæ lineæ ab angulis.a.&.b. ad oppoſitos, iam intelligo triãgulum.a.b.d. cuius tres anguli per.10.primi præcedẽtis quæ &.32.Eucl.æquales ſunt duobus rectis: ſed & angulus qui eſt ad.c.eſt equalis duobus illius trianguli angulis. vt pote.b.c.a. æqualis eſt angulo. a.d.b.quia ſuper chordam.b.a. in eadem portione ſimiliter angulus.b.c. d. angulo. d, a.b.quia ſuper chordã. b.d.eſt igitur rotus.c equalis.b.a.d,&.b.d,a.& ſic.b.&.c.totales eiuſdem æquilateri æquales duobus tectis.



Septima Propoſitio. Eucl.31.

In ſemicirculo angulus qui ad circunferentiam, rectus eſt: in portione maiore ſemicirculo, eſt acutus: in portione verò minore, obtuſus.

In præſenti figura angulus ſemicirculi eſt angulus.d.a.c. quẽ probo rectum eò quod æqualis angulo extrinſeco, qui ex productione lineæ c.a.cauſatur, & quod ſit illi æqualis probatur: angulus.a.extrinſecus eſt æqualis duobus.d.&.c.per.10.primi quę eſt 32.Eucl.ſed ducta linea à centro ad. a.angulus. a. intrinſecus cõponitur ex duobus.ſcilicet.d. a. e. æquale.e. d. a. &.e.a.c.æquale.e.c.a.per tertiã huius quæ eſt.5. Eucl. igitur æqualis eſt angulus.a.intrinſecus angulo. a. extrinſeco, & ſic vterq; rectus, per definitionem anguli recti: at tam angulus.d.quã angulus.c. quia in portione maiore ſemicirculo minor eſt recto, quia per.10.ſupradictã omnes tres ſimul æquantur duo-



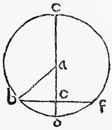
bus rectis, cum ergo vnus eſt rectus quilibet reliquorum minor eſt recto.

Quod autem angulus. b. in portione minore ſit maior recto, patet ex præcedente. nam in quadrilatero. d. e. b. a. duo anguli oppoſiti. d. &. b. æquales ſunt duobus rectis: ſed angulus. d. (vt probatum eſt) minor eſt recto: ergo angulus b. erit maior recto.

Octaua propoſitio. Eucl. 34.

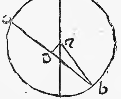
Si duę lineę rectę ſe intra circulum ſecuerint: rectangulum quod ſub duabus partibus vnius illarum continetur, ęquale eſt rectangulo ſub partibus alterius contento.

Duæ lineæ in circulo ſe interſecantes, aut ambæ per centrũ tranſibunt, aut altera, aut neutra: ſi ambæ, cum vtriuſq; partes ſint æquales (quia ſemidiametri) clarum eſt quod quadrata erũt æqualia: ſi altera tantum tranſit per centrum, vel ſecat aliam in partes ęquales, vel inæquales: ſi inæquales (vt in prima figura) ducam à centro a. lineam: a. b. erit (per ſecundam ſecundi præcedentis quæ eſt. Eucl. 5.) quod fit ex. e. c. in. c. d. cum quadrato. a. c. æquale quadrato. a. d. & ſic quadrato. a. b. & per vltimam primi pręcedentis quadratis duarum linearum. a. c. &. c. b. Dēpto igitur vtrinaq; quadrato. a. c. remanet parallelogrammum ex. e. c. in. d. c. æquale quadrato. c. b. quæ eſt medietas totius lineæ. f. b.



Quòd ſi per inæqualia interſecet, vt in ſecunda figura interſecat diameter. g. a. f. lineam. c. b. ducatur ex centro ad. b. c. perpendicularis. a. d. & . per eandem ſecundam ſecundi præcedentis, quod fit ex. g. e. in. e. f. cum quadrato. a. e. & per vltimam primi cum quadratis. a. d. & . d. e. erit ęquale quadrato. a. f. & ſic quadrato. a. b. & per eandem vltimam duobus quadratis. a. d. & . d. b.

ſi ergo vtrinq; auferas quadratum.a.d.remanet quod ſub. g.e.& e.f.cum quadrato.d. e. æquale quadraro.d.b.Sed per eandem ſecundã idem quadratum.d.b. eſt æquale parallelogrammo quod ex.c.b.in.e. b. cum quadrato eodem. d.e. Si ergo vtrinq; auferas quadratum.d. e. remanent æqualia parallelogramma quæ ex. g.e.in.e.f.& ex.c.e. in. e. b. quod erat probandum.

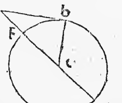


Quòd ſi nulla iſtarum tranſeat percentrum, ducatur diameter perpunctum interſectionis illarum:& cum diametri partes cum ſingulis illarum (perea quæ demonſtrara ſunt)cauſent æqualia parallelogramma, etiam illarum partes interſe æqualia cauſabunt.

Nona Propoſitio.Eucl.35.

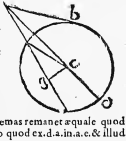
Si à puncto extra circulum ducantur lineę, quarum vna tangat circulum, alię ſecent ipſum, quod ſit ſub tota ſecante, & parte extra circulum exiſtente, ęquale eſt quadrato lineę contingentis.

Sit a puncto.a. linea.a.b.contingens circulum in puncto.b. & linea a.d.interſecans circulum,quæ tranſeat per centrum , vt in prima figura : iam diameter. e. d. diuiſa eſt per medium in puncto. c & in longum addita illi. e.a.Eſt igitur per tertiam ſecundi præcedentis quæ eſt Eucl. 6. quod ſit ex.d.a. in. e.a.cum quadrato.e.c.& ſic cũ quadrato.e.b.ęquale quadrato.c.a.& per vltimã primi præcedẽtis quadratis. a.



b.&.b.c. (cauſat enim linea contingens cum illa quæ à centro ad punctum contingentiæ angulum rectum) dempto ergo vtrinq; quadrato.b.c.remanet quod ex.d.a.in.e.a.æquale quadrato.a.b.

Si verò non tranſeat per centrum linea ſecans, vt in ſecunda figura: linea.a b.ducatur perpendicularis ad illam à centro, ſcilicet.c.g &.per eandem tertiam ſecundi: quoniam.b.f.diuiſa eſt per medium in puncto.g. & addita illi.f.a.erit igitur quod fit ex.h.a.in.a.f cum quadrato.f.g. æquale quadrato.g a. addatur vtriuſq; quadrarũ.c.g,erit quod fit ex.h.a.in,f.a.cũ duobus quadratis.f.g.&.g.c.& ſic quadrato f.c.ac proinde quadrato.e.c æquale duobus quadratis.g.a.& c.g. vnde & quadrato c.a. ſed eodẽ modo ſe habebat quod fiebat.ex.d.a.in.a.e.cum eodem quadrato.e.c. ſi ergo quadratum illud ab vtriſq; demas remanet æquale quod fit ex.h.a.in.a.f.illi parallelogrammo quod ex.d.a.in.a.e.& illud probatum eſt ęquale lineæ.a.b.ergo vtraq;.



Tertij Elementi Finis.

Quartum Elementum.

Definitiones.

Figura inſcribi intra figuram dicitur, in qua vnus quiſq; angulus inſcriptę vnum quodq; latus eius cui inſcribitur tangit.

Circa figuram verò deſcribi dicitur, quando vnumquodq; latus circumſcriptæ vnum quemq; angulum illius circa quam deſcribitur, tangit.

Circulus autem circumſcribitur, cùm peripheria tangit o-

mnes angulos : inſcribitur autem, cùm peripheria tangit omnia latera.

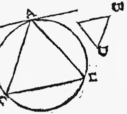
Linea dicitur aptari in circulo, cùm eius extremitates ſunt in circunferentia.

Quoniam inſcriptio & circumſcriptio figurarum (præcipuè in circulo) multum vtilitatis habet, viſum eſt quartum nõ prætetire elementum : breuiſsimè tamen paucas inſcribemus in circulo figuras, quibus ad reliqua via præparetur.

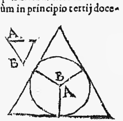
Prima Propoſitio. Eucl.2.

Intra ſignatum circulum triangulum alteri (triangulo dato) æquiangulum conſtituere.

Ducatur recta linea tangens circulum in puncto.a.& per ſecundam primi præcedentis quæ Eucl eſt.23.faciamus in puncto a.angulum æqualem angulo.b. trianguli dati : ducta intra circulum linea. a. c. & per eandem in eodem puncto augulum æqualẽ angulo.d.ducta.a.e.&ducatur.c.e.eritq; angulus. e. æqualis angulo.b.& angulus.c.æqualis angulo d.& ſic tertius æqualis tertio. Cũ autem intra datum triangulũ volueris inſcribere circulum: diuide duos angulos per medium per 5 primi, quæ Eucl eſt.9.& in ſectione linearũ diuidentiũ eſt centrũ, à quo ad propinquiorẽ partem lateris ducta circunferentia perficies prædictum circulum.



Ad circunſcribendum autem, cùm in principio tertij docebamus per quæcunq; tria puncta nõ exiſtentia in eadem linea recta ducere peripheriam circuli, ſufficienter traditur modus. Circa circulum autem deſcribere triangulũ etiã triangulo dato æquiangulum, erit facile: ſi in centro circuli duos angulos tribus lineis ductis ſemidiametris fecerimus æquales duobus extrinſecis dati

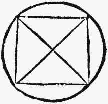


dati trianguli: & à terminis illorum ſemidiametrorum duxerimus contingentes lineas quouſque concurrant: fiet.n. triangulus circa circulum. vt ſi in centro circuli angulus.a. ſit æqualis angulo.a. extrinſeco in triangulo, & angulus.b. etiam angulo.b. extrinſeco: tunc deſcriptus circa circulum triangulus, erit æquiangulus triangulo dato.

Secunda Propoſitio. Eucl. 6.

Intra datum circulum quadratum deſcribere.

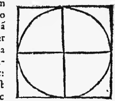
Hoc facillimum eſt, ductis duabus diametris ſe in centro ad angulos rectos ſecantibus, & a terminis illarũ ductis lineis ad terminos earundem: fiunt enim quatuor trianguli quorum bina latera ſunt ſemidiametri & anguli in centro recti: vnde & baſes quæ ſunt latera quadrati æqualia ſunt interſe, ac proinde anguli recti: & ſic quadratum circulo inſcriptus eſt.



Propoſitio Tertia. Eucl. 7.

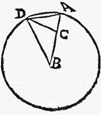
Circa circulum datum quadratum deſcribere.

Non minus faciliter circunſcribitur quadratum circulo, ſi ex terminis dictarum diametrorum ducas contingentes lineas, quæ ad angulos rectos vtrinq; ductæ concurrent, & conficient quadratum propoſitum: erũt enim quælibet duo latera oppoſita æqualia & æque diſtãtia alteri diametrorum, ergo & inter ſe: & præterea anguli oẽs recti, quia opponuntur in quadratis paruis angulis in centro, qui omnes recti ſunt: vnde per definitionem quadrati, eſt quadratum circa circulum. Per hæc facile circa quadratum conficies circulum: & etiam intra quadratum. Eſt enim facilè munire centrum quadrati: quod & centrum talis circuli erit.



Propoſitio Quarta.Eucl.10.

Triangulum deſcribere habentem duos angulos æquales: quorum quilibet ſit duplus tertio.

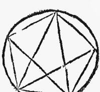


Sit linea.a.b.diuiſa ſecundum quod docet.5.ſecundi præcedentis quæ Euci.eſt.11.ita vt quod ex tota in parte.c.a.ſit æquale quadrato.c.b.ſuper punctum,b ad quantitatem.b.a.duco circulum:& à puncto.a.in circunferentia apto lineam.a.d. æqualem lineæ.c,b.& linea à centro.b.ad punctum d ducta,linea enim a pũcto.c,ad d.diuidet angulum.d.in duos,quorũ quilibet eſt æqualis angulo.b.& ſic totus.d.duplus ad quemlibet illorũ. Quòd autem duo illi anguli ſint æquales interſe,& quilibet angulo.b.ſic probatur.Fiat per quartam primi præcedentis,quæ eſt.23.Eucl.in pũcto.d.ſuper.a.d.angulus.a.d.c.ęqualis angulo.b.&quia illi ſunt æquales addatur vtriq; communis angulus.c.d.b.erunt duo anguli qui ad.d.æquales duobus.c.d.b.&.b.ſed angulus.a.c.d.extrinſecus in triangulo.b c.d.etiam eſt æqualis illis,ergo æqualis angulo.d.totali, ac proinde angulo.a.cum linea.a.b.ſit æqualis lineæ.b.d.vnde &.c.d.æqualis.a.d.& ſic.c.b.ac proinde anguli,c b.d.&.c.d.b.æquales & inde angulus.d.totalis duplus ad.b & eodem modo angulus.a.qui angulo.d.æqualis eſt quod erat probandum.

Quinta Propoſitio.Eucl.11.

Pentagonum æquilaterum in dato circulo inſcribere.

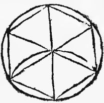
Hoc erit facilè ſi in circulo inſcribas triangulum qualẽ proximè præcedens docuit, & angulos qui ad baſim diuidas per æqualia ductis lineis ad circunferentiam ; diuident enim totam illam in quinq; æquales arcus: quos inde cognoſces ęquales eſſe, quia anguli in illis portionibus dati ſunt æquales, cùm ex diuiſione duorum duplorum fiant quatuor æquales, qui cum tertio conficient quinque angulos in illis quinq; portionibus: vnde pentagonus æqualiter & per conſequens æquiangulus in circulo inſcriptus eſt.



Propoſitio ſexta. Eucl. 15.

Exagonum æquilaterum intra circulum deſcribere.

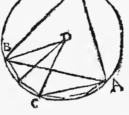
Ex extremitate diametri facta centro ad quantitatem ſemidiametri, duc arcum circuli quouſque ſecetur peripheria prioris, à duobus punctis ſectionis duc dúas diametros, quæ cum prima totam peripheriam in partes ſex æquales ſecabunt, duc in peripheriam lineas exterminis diametrorũ & perfeciſti exagonum propoſitum: habet enim omnia latera æqualia, & per conſequens omnes angulos æquales: ſunt enim latera omnia ſemidiametri circulorum æqualium: vnde & latus exagoni qui eſt in circulo, eſt æquale ſemidiametro: & ſic ſex ſemidiametri replent circulum.



Propoſitio Septima. Eucl. 16.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum deſcribere.

Sit in præſenti circulo linea. a. b. latus trianguli æquilateri, & linea. a. c. latus pentagoni etiam æquilateri, arcus. a. b. excedit arcum. a. c. per duas tertias. a. c. Diuide igitur arcum. b. c. per æqualia, diuiſo angulo in centro qui erat ex ſemidiametris. d. c. & d. b. & duc chordas in prædictas diuiſiones, eſt enim quælibet diuiſio illarum quindecima pars totius circunferentiæ: Iam apta æquales illis in tota circunferentia, proueniet quindecagonus propoſitus æquilater & ſic æqui angulus.



Ptolemęus in primo magnæ conſtructionis, ex proportione laterum figurarum circulo inſcriptarum docet per chordas inuenire arcus, & econuerſo: & quodlibet latus quantumcunq; paruum in duo æqualia diuidit: quod & nos facile faciemus diuiſo angulo in centro per æqualia: & inde habentur in circulo inſcriptiones figuratum duplorum laterum ad eas quas docuimus inſcribere. Cæterum quoniam angulum in tres æquales Euclides non diuidit, & Ptolemæus negat poſſe diuidi (quamuis archimedes ipſum diuidat) à reliquarum inſcriptione ſuperſedendum eſt.

Quarti Elementi Finis.

Elementa Geometrica.

Elementum Quintum.

Definitiones.

Proportio eſt duarum magnitudinum eiuſdem generis ad inuicem habitudo quædam.

Proportionalitas eſt ſimilitudo proportionum.

Eandem dicuntur habere porportionem prima magnitudo ad ſecundam, quam tertia ad quartam: quando æquè multiplicia primæ & tertiæ, ad æque multiplicia ſecundæ & quartæ eodem modo ſe habuerint in ęqualitate vel inæqualitate.

Quando tres magnitudines continuè proportionales fuerint, proportio primæ ad tertiam eſt dupla proportione primæ ad ſecundam.

Quando verò quatuor magnitudines fuerint continuè proportionales, proportio primę ad quartã eſt tripla ad proportionem primæ ad ſecundam.

Quoniam cùm de numeris tractaremus diximus id quod videbatur ad introductionem pro rationali proportione pertinere, pauca nunc quædam propter irrationalem proportionem addenda ſunt: pertinet enim quicquid dictũ eſt in proportione numerorum ad quantitatem etiam continuam: vnde non oportet illud repetere. In his autem principijs notandum eſt, quod quãdo dicimus eandem proportionem dicuntur habere &c. definitio eſt magnitudinum proportionalium: & quoniam definiuntur per proportiones æquè multiplicium, quæ quidem vel magis vel æque ſunt incognitæ, intelligamus opoꝛtet definitionem dari vniuerſalem de proportionalibus quantitatibus tam rationali quam irrationali proportione, & quod per nullos terminos clariores potuit definiri proportionalitas, quàm per multiplices. Quamuis enim reuera multiplicium & ſubmultipliciũ eadem ſit proportio, tamẽ etiam ſi diuerſa ſint multiplicia & primi tertij à multiplicibus ſecũdi & quarti, ſemper eadem erit proportio in magnitudinibus proportionalibus: quod non contingit in improportionalibus: & ſic non omnino inepta eſt definitio.

9. 8. Et licet conueniat omnibus tam rationalibus quam irrationa
3. 2. libus, non tamen erit in conueniens ſi claritatis gratia exempta
6. 4 ponamus in numeris, & ſic in rationali proportione: dummodo
18. 16. intelligas doctrinam vniuerſaliorem quàm quæ numeris cōprehenditur. Sint quatuor quantitates proportionales, ita vt prima ad ſecundam ſe habeat in ſeſquialtera proportione vt.3.ad.2.& in eadem tertia ad quartam vt.6.ad.4. multiplico per ternariũ primam & tertiam, fiunt.9.&.18. Multiplico per quaternarium ſecundam & quartam, fiunt.8.&.16. Multiplex primæ (ſcilicet.9.) ſe habet ad.8.multiplicem ſecundæ in ſeſqui octaua proportione:.& multiplex tertiæ (ſcilicet.18.ad.16. multiplicem quartæ in eadẽ ſeſqui octaua: vnde illæ quatuor quantitates erãt proportionales.

9. 10. Quòd ſi quatuor quantitates non proportionales ſumas, ſit
3. 2. primæ ad ſecundam itidem ſeſqui altera: tertiæ verò ad quartam
4. 3. ſeſqui tertia: ad primum & tertium ſumantur multiplices ſecũ-
12. 15. dum ternarium: ad ſecundum autem & quartum ſecundũ quinarium: eſt multiplex primæ ad multiplex ſecundæ in ſubſeſqui nona proportione: multiplex autem tertij ad multiplicem quartæ in ſubſeſquiquatta proportione: iſtæ enim quatuor primæ quantitates improportionales ſunt.

Quod autem dicitur, quòd in tribus quantitatibus continue proportionalibus proportio primi ad vltimum eſt dupla proportione primi ad ſecundum, facilè intelliges verum eſſe, ſi meministi proportionem extremorum conſurgere ex proportionibus intermedijs: ſi enim iungas duas æquales proportiones, quæ conſurget dupla erit ad quamlibet earum. & hoc contingit in tribus continuê proportionalibus, eadem enim eſt proportio primi ad medium, quæ medij ad vltimum. vnde in illa quæ eſt primi ad vltimum eſt bis eadem proportio, & ideo dupla ad vnam illarū. vt ſi hos tres terminos in numeris. 9. 6. 4. (qui ſunt in continua ſeſquialtera proportione) iungas, conficitur dupla ſeſquiquarta, quæ eſt inter. 9. &. 4. dupla ad ſeſqui alteram.

9. 6.
6. 4.
54. 24.

Eodem modo facilè intelliges, quomodo in quatuor proportionales terminos proportio primi ad vltimum eſt tripla ad proportionem primi ad ſecundum: ſi attendetis quòd proportio primi ad ſecundum, eſt ter inter illos extremos: in numeris enim facilè eſt hoc videre, vt in figura præſenti patet: vbi quatuor numeri in dupla proportione. 1. 2. 4. 8. conficiūt octuplam, quæ tripla eſt ad duplam: quia in octupla ter continetur dupla, vt patet.

4. 8.
2. 4.
1. 2.
8. 64.

Prima Propoſitio. Eucl. 7.

Si duæ quantitates æquales ad vnam aliam comparentur, eadem erit proportio & cuiuslibet earum ad illam, & illius ad quamlibet illarum.

Hæc concluſio adeò facilis eſt & plana, vt fere innoteſcat eius veritas ex cognitione terminorum. Nam duæ quantitates æquales ad vnam tertiam, eodem modo ſe habebūt in æqualitate vel inæqualitate: ita quòd ſi vna excedit, excedet & reliqua: & ſi exceditur vna, exceditur & alia: & ſemper eodem exceſſu: vnde nō eſt opus demonſtratione aliqua.

Secunda Propoſitio. Eucl. 8.

Si duæ quantitates inæquales ad vnam tertiam comparentur, maior illarum maiorem ad illam habebit proportionem, quàm minor: illa verò ad eaſdem ex oppoſito, ad maiorem minorem proportionem: quàm ad minorem.

Hæc propoſitio (quæ in numeris poſita eſt quinta) repetitur ſolū modo, vt intelligamus habere veritatem in omnibus quantitatibus: ſi quidem (vt ibidem oſtenſum eſt) in proportionibus maioris inæqualitatis illa eſt maior altera, cuius maior extremitas magis excedit minorē: in proportione verò minoris inæqualitatis illa eſt maior altera, cuius minor extremitas minus exceditur a maiore. Exempla vtriuſq; ſunt ibidem clariora, quā quæ hîc debeant iterum adduci.

Tertia Propoſitio Eucl .15.

Partes eodem modo multiplicium eandem habent cum illis proportionem.

Alio modo ſolet hoc idem dici: ſcilicet multiplicium & ſubmultiplicium eadem eſt proportio. & hæc etiam de ſe eſt manifeſta terminis intellectis: nam quis non videat eandem eſſe porportionem inter.100.&.50. quam inter.10.&.5. ſi quidem vtrobiq; maior continet minorem bis: & per quemcunq; numerum multiplicentur quantitates, ſemper producta habebunt eandem rationem: quia ſicut vnum totum ad ſuam medietatem, ita decẽ talia tota ad decem tales medietates. Et iſta propoſitio quæ neceſſaria eſt ad plura in ſequentibus, tamen potuit aſſumi tanquam per ſe nota: & ita aliquo modo pręſupponitur ad definitiones proportionalium, & improportionalium quantitatum.

Quinti Elementi Finis.

Elementum Sextum.

Definitiones.

Similes figuræ ſunt, quæ habent ſingulos angulos vnius ſingulis angulis alterius æquales: & latera illos continentia proportionalia.

Linea dicitur diuidi, ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema: quando eadem eſt proportio totius ad maiorem partem, quæ maioris ad minorẽ.

Altitudo figuræ eſt perpendicularis à vertice ad baſim educta.

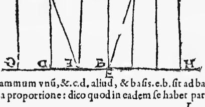
Proportio componitur ex proportionibus quæ reſultant ex multiplicatione earum quantitatum, quæ tales proportiones conſtituebant.

Similitudo figurarum in duobus conſiſtit: quòd ſcilicet anguli ſint æquales, & latera proportionalia: id eſt, ſicut duo latera continentia angulum in vna figura, ita duo continentia angulū illi æqualem in reliqua. Porportio cōponitur &c. quia (vt in numeris dictum eſt) proportio extremorum conſurgit ex proportionibus intermediorum: vnde ad coniungendas plures proportiones (vt dicebamus) multiplicamus ad inuicem priores ſiue antecedentes quantitates: & in alio ordine ſecundas ſiue conſequētes: conſurgunt.n.ex tali multiplicatione quantitates in proportione illa compoſita. Hoc tamen aduertendum eſt in multiplicatione tam antecedentium, quàm conſequentium: quòd ſi fuerint plures quam duæ, oportet multiplicari primum per ſecundum, & productum per tertium: & ſi plures fuerint, productū ex tribus per quartum: & ſic conſequenter. Vt in præſenti figura duco. 5.in.4.fit.20.ipſum in.3.fit.60.qui in.2. fit. 120. eodem modo de conſequentibus. 3.duco in.3.fit.9. qui in.2.fit.18.qui in vnitatem remanet idem 18.vnde dicemus quod proportio.120. ad.18.(id eſt ſexcupla ſuprabipartiens tertias) cōponitur ex quatuor proportionibus. Dupla, ſeſquialtera, ſeſquitertia, & ſuprabipartiens tertias.

2.	1.
3.	2.
4.	3.
5.	3.
120.	18.

Propoſitio prima.

Trianguli & parallelogramma eiuſdem altitudinis, habent ad inuicem illam proportionem quam earundem baſes.



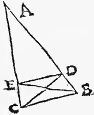
Si parallelogramma ſunt eiuſdem altitudinis, poſſūt poni inter lineas parallelas. ſint ergo. a.b. parallelogrammum vnū, &.c.d. aliud, & baſis.e.b. ſit ad baſim. f. d.in aliqua proportione: dico quod in eadem ſe habet parallelogrammum. a. b. ad parallelogrammum. c. d. produco baſim vtriuſq; & ſumo in linea.b.h.duas partes æquales.e.b.in quibus compleo patallelogramma (erunt enim tria æqualia)in linea autem.f. g. ſumo vnam æqualem. f. d.& compleo parallelogrammum, erunt ergo duo æqualia.Sicut ergo tres pottiones æquales in linea.h.b.ad portionem. e.b.ita parallelogrammum compoſitum ex tribus illis ad parallelogrammũ.a.b.& ſicut tota.f,g. ad parrem.f.d.ita totum parallelogrammum.c. g. ad. parallelogrammum.c.d.erant igitur per definitionem proportionalium quantitatum baſes & parallelogramma proportionalia: ſicut baſis ad baſim, ſic parallelogrammum ad parallelogramum.

De triangulis autem idipſum patet: cùm demonſtratum ſit inter parallelas lineas eſſe medietates patallelogrammorum: vnde quia (vt ſupra dictum eſt) medietatum & ſuorum multiplicium eadem eſt proportio,facilè patet triangulos ſe habere ſicut baſes, ſi ſunt eiuſdem altitudinis.

Secunda Propoſitio.

Si in triangulo ducatur linea æque diſtans vni ex lateribus,ſecabit duo reliqua latera proportionaliter.

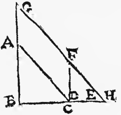
Sit, vt intra triangulum,a.b.c.ducatur linea.d.e.æque diſtãs lineæ.b.c.dico ipſam interſecare latera.a.b.&.a.c. proportionaliter: ita vt ſicut. a. d. ad.d.b.ſic,a.e. ad e.c.ducam lineas.b.e.&.e.c.quibus cũ linea.d.e. intelligo duos triãgulos.d.e.b.&.c.d,e.qui cum ſint inter lineas ęque diſtantes,& in eadem baſi erunt ęquales. vnde pet primam quinti præcedentis (quæ eſt.7.Eucl.) eadem eſt proportio cuiusvis illorũ ad triangulum.a,d.e. Sed per præcedentem baſis.a.d.ad,baſim.d.b.ſe habet ſicut triangulus.a.e.d.ad triangulum.d.e.b.quia ſunt eiuſdem altitudinis,ſcilicet ad punctum vſq;.e Et per eandẽ.a.e.&.e.c.ſicut triangulus.a.d.e.ad triangulũ. e.d.c,triangulorũ autem ſub.d.e. erat eadem proportio ad triangulum.a.d.e.igitur & laterum interſectorum eadem erit.



Tertia Propoſitio. Eucl. 4.

Si duo trianguli fuerint ęqui anguli, latera æquos angulos continentia erunt proportionalia.

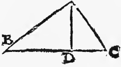
Sint duo trianguli.a.b.c. &.d.e.f. æqui anguli, ita vt quilibet angulus vnius habeat in altero angulum æqualem, ponam eoſdem ſuper eandem lineam rectam vt ſuper.b.h.ita vt angulus.b. & angulus . d . æquales ſint in prædicta linea, ſimiliter angulus. c.&.angulus.d.etiam æquales, iungoq; angulum.c.angulo.d.eueniet vt quia angulus. d. eſt extrinſecus & oppoſitus angulo.b. lineæ. a. b. &.f.d.ſint æque diſtantes. Protrahantur.a.b.&.e.f. quouſq; concũrrant in puncto. g. fiet parallelogrãmum æque diſtantium & æqualiũ laterum : & fit triangulus.b.g.e.in quo ſecundum diſpoſitionem præcedentis, linea a. d. ſecat latera. b. g.&.b.e.ęque diſtans baſi.g.e.& linea.d.f.latera.e.g.&.e.b.ęque diſtans baſi.b.g.Vnde per eandem præcedentem ſicut.g.f. ad. f. e.ſic.b.c.ad.c.e.&ſicut.b.c.ad.d.e ſic.b.a.ad.a.g.ſed.g.f.eſt ęqualis.a.c. &.g.a.æqualis.f.d eadem igitur eſt proportio.b.c.ad.d.e. quę.a.d.ad.f.e.&.b.a.ad.f.d.quod erat demonſtrandum.



Propoſitio Quarta. Eucl. 8.

Si ab angulo recto alicuius trianguli ducatur perpendicularis ad latus oppoſitum: diuidet totum in duos triangulos, & ſibi inuicem & toti ſimiles.

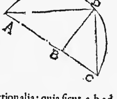
Sit triangulus.a.b.c.cuius angulus.a.rectus,à quo ad.b.c.duco perpendicularem.a.d.dico quòd duo trianguli.a b.d. &. a.d. c.ſunt æqui anguli, & cum toto & interſe. Primò ſunt cum to to æquianguli, nam in triangulo.a.b.d.angulus.d.rectus eſt ęqualis angulo.a.totali: & angulus. b. communis: ergo reliquus qui ad.a.reliquo ſcilicet.c.eſt æqualis. Item in triangulo.a.d.c.angulus.d.rectus.angulus.c.communis, ergo reliquus qui ad.a.ęqualis angulo.b.tres igitur trianguli ſũt æquianguli: & per præcedẽtem latera illorum proportionalia: talis fuit definitio figurarum ſimilium.



Propoſitio Quinta, Eucl. 9. alias. 13.

Datis duabus lineis, inuenire inter eas lineam mediã proportionalem.

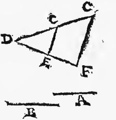
Iunge datas lineas vt fiat vna recta, ſuper quam per mediũ diuiſam ducatur peripheria ſemicirculi, cuius prædicta compoſita ſit diameter: à puncto autem cõiunctionis erigatur perpendicularis, quæ producta vſque ad peripheriam eſt illa quam quærimus. Vt in præſenti figura, linea.b.d.eſt.media proportionalis inter.a.b.&.b.c.ducantur enim.a.d.&.d.c. & per præcedentem, quia angulus.d.rectus vt pote ſemicirculi, duo trianguli ſunt æquianguli: latera igitur.a.b.&.b.d.Item.b.d.&.b.c.ſunt proportionalia: quia ſicut.a.b.ad.b.d.ſic.b.d.ad.d.c.quod erat demonſtrandum.



Propoſitio Sexta. Eucl. 11.

Duabus lineis datis, tertiam addere in eadem proportione.

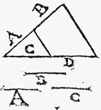
Cùm duabus lineis vis addere tertiam in continua proportionalitate, iunge eaſdem ad angulum qualitercũque,& comple cum eis triangulum ducta linea tertia, deinde protrahe alteram duarum ad quantitatem alterius cui vis inuenire proportionalem, & à termino illius duc æque diſtanrem cum baſi trianguli, & comple triangulum, nam illa cũ qua illũ perfeciſti, eſt quãquæris. vt ſi duabus lineis. a.&. b. in aliqua ſe habentibus proportione vis addete tertiam, ad quam linea b. ſe habeat quemadmodum ad illam ſe habet linea. a. iungo.c.d. æqualem.a.&.e.d.æqualem.b.ad angulum.d.qualirercunq;,& duco.c.e.vt fiar rriangulus.c.d.e. lineæ verò.c.d.addo.c.g ęqualem. e.d. & ex puncto. g. duco.g. f. æque diſtantem.c.e.& compleo.e. f. quam dico eſſe lineam quęſirã: nam per ſecundam huius latera.g.d.&.f.d.diuidunrur proportionaliter a linea.c.e.vnde ſicut.c.d.ad.c.g.ſic.d.e.ad.e.f. ſed. d. e.æqualis eſt.b.ſunt igitur in eadem proportione continua.a.&. b.&.f.e.quod erat probandum.



Propoſitio Septima. Eucl.12.

Tribus datis lineis quartam proportionalem inuenire.

Sinr duæ lineæ in aliqua proportione, & ſit tertia quanracunque,ſiue ſit proportionalis cum duabus prioribus , ſiue non : volo habere quartam quæ ſit ad tertiam, ſicut ſecunda ad primam : cõiungoprimam quæ ſit.a.& tertiam quæ ſit.c.ad angulum quomodocunque,& perficio triangulum ducta baſi, deinde lineæ a.iungo in directum lineam ſecun-



dam quæ ſit.b. & à termino illius duco æque diſtantem baſi prioris trianguli, quæ concurrat cum linea.d.quæ protrahatur ex. e. concurrat autem in puncto. e. dico quod linea. d. eſt quæ quærebatur : per eandem enim ſecundam huius ſicut ſe habet. a. ad b. ſic. c. ad. d. vnde inuenitur hoc modo quarta proportionalis quæſita.

Propoſitio Octaua. Eucl. 29.

Quam libet lineam ſecare, ſecundum proportionem habētem medium & duo extrema.

In quinta propoſitione ſecundi pręcedentis quæ Eucl. eſt. 11. docebamus diuidere lineam taliter, vt quod fit ſub tota & vna eius parte, eſſet ęquale quadrato alterius partis. Dico quòd linea illa diuiditur vt proponitur: Nam quòd linea diuidatur, ſecundum rationem habentem medium & duo extrema, eſt quòd tota linea ad maiorem illius partem habeat eandem proportionē, quam maior pars ad minorem : vnde ſunt tres lineæ tota & partes in continua proportionalitate. Sed in Arithmetica probatum eſt, quòd ſi ſunt tres numeri continuè proportionales, quadratum intermedij æquale eſt illi parallelogrammo quod fit ex extremis: & eadem eſt ratio in omni quantitate, illa ergò linea diuiſa eſt vt proponitur.

Sexti Elementi Finis.

PERSPECTIVA.

Prima pars de viſione per radios directos.

Definitiones.

Luminoſum, eſt corpus de ſe lumen producens.

Diaphanum eſt corpus ſecundum ſe totum luminis receptiuum.

Pyramis radioſa eſt, cuius baſis res viſa: vertex autem pũctum viſionem terminare aptum.

Linea viſualis eſt, quæ a reipſa viſa ad viſum protrahitur: quę etiam radius appellatur.

Petitiones.

Per ſe viſibilia ſunt tantùm, lux et color.

Comprehenditur viſu res maioris quantitatis, quam eſt oculus.

Videtur res ſecundum figuram ſitum & ordinem ſuarum partium.

Viſiua virtus finita eſt, nec in infinitum extenditur.

Perſpectiua ſcientia, quæ partim mathematica, partim phyſica eſt, quoniam de linea non quacumque ſed viſuali agit, cuius natura non eſt adeò manifeſta ſicut mathematicarum linearum, ideo principia nõ tam nota habet quantũ Geometria & Arithmetica, imò complures paſsiones demonſtrantur, non demonſtratione propter quid & mathematica, ſed a poſteriori (quod aiunt) & experientia: vnde non mirum ſi aſſenſus concluſionum non adeo ſit euidens, vt intellectui ſemper ſatisfiat.

Diaphanum (quoniam lumini eſt peruium, adeo vt facile per ipſum lumini pateat tranſitus) totum recipit lumen: quod opacum corpus ſolummodo recipit in obiecta ſuperficie.

Pyramis radioſa dicitur, id quod inter viſum & rem viſam intercipitur: quoniam ad modum pyramidis oportet imaginari eſſe viam, qua res viſa viſum tangit: ſiue viſio fiat per radios ab ipſo viſu, ſiue per ſpecies (quas vocant) viſibiles ab ipſo viſibili ad viſum deductas: percipimus ſiquidem res multò maiores quã ſit oculus noſter: vnde oportet vt à rebus ad nos radij rem comprehendentes magis & magis ſibi ipſis appropinquantes, vt tota forma rei viſæ oculo percipiatur, talem figuram pyramidalem efficiant.

Radius, ſiue linea viſualis, a quocunque puncto rei viſæ ad oculum peruenire intelligitur: multoties tamen appellabimus lineam viſualem mediam, quæ eſt axis totius pyramidis.

Petitiones nõ ſunt difficiles creditu: prima enim aſſerit, quòd ſolùm lux & color ſunt per ſe viſibilia: quod & philoſophiæ cõſonat & experientiæ; licet enim viſu percipiantur alia quædam, vt diſtantia, propinquitas, magnitudo, numerus, figura, ſitus, continuitas, diuiſio, motus, quies, aſperitas, lenitas, raritas, denſitas, tenebræ, & ſi quæ ſunt alia, hęc procul dubio non ſolùm viſu percipiuntur, neque per ſe viſu, ſed per accidens aut per aliud vt patet.

Quòd autem comprehendatur viſu res maioris quantitatis quam ſit oculas, experientia patet: & ratio eſt in promptu. ſiquidem oculus eſt figuræ ſphęricę & foramẽ vueæ, quod vulgariter pupillam appellamus, pars eſt ſphęrę & corpus diaphanũ potens recipere & lumen & figurã colore affectam: & tota eiuſdem naturæ; vnde tota receptiua vel tota emiſſiua radiorum. videbitur ergo quicquid comprehendi poteſt, lineis a centro per peripheriam foraminis eductis, quæ quo magis protrahuntur, rem maiorem compreheudunt: atq; adeo dicebamus id quod videtur, videri ſub pyramidali figura, cuius vertex ſit aptus terminare viſionem.

Quòd autem videatur res ſecundum ordinem, ſitum, & figuram ſuarum partium facile patet: ſi enim diuerſificarentur in organo viſus, nõ ſemper eodem modo videretur eadem res: ſed experimur ſemper nos eodem modo cōſpicere eaſdem, niſi aliū de contingat vt poſtea dicemus. Item ſitum & figuram aliis ſenſibus percipimus conformiter ad viſum: manet ergo eadem figura, ſitus, & ordo partium in viſu quæ in re ipſa.

Quòd autem virtus viſiua non extendatur in infinitum, inde patet: quoniā quæ ſunt à nobis remotiora, quia acutiorem angulū cauſant, minora vidētur: & adeo remota minus vidētur, vt tādem non appareant. Si autem in infinitum extenderetur virtus viſiua, non minus poſſet in diſtans quam in propinquum.

Prima propoſitio.

Lumen diffunditur per totum ſibi proportionatum mediū tempore imperceptile.

Multa de luce & lumine ſolēt initio perſpectiuę adduci, quę quidē nos breuiſsimè tranſcurrētes annotabimus ea quæ magis neceſſaria videntur, pro reliquorū intelligentia. Lumen per diaphanum corpus quibuſdam videtur in inſtanti diffundi: tū quia qualitas corporis expers, tum quia nulla reſiſtentia eſt in medio. Et reuera ſenſui ita videtur: nihilominus difficultatem habet. Quia qualitas hæc licet videatur omnino incorporea & ſpiritualis, tamen à corpore dependet, tam in produci quam in conſeruari. Medium autem licet ſua natura ſit luminis receptiuum, illudq; auidiſsime recipiat, quia eſt ipſius aliquo modo perfectio: tamen unde corpus videtur aliquantulum reſiſtere, vnde ſecundum diuerſitatem raritatis medij diaphani, radij tam viſus quam luminis rectitudinem amittunt: cuius cauſa ſolum videtur eſſe rȩſiſtentia denſioris diaphani: hanc autem non quatenus diaphanū ſed quatenus corpus habet: ac proinde videtur non in inſtanti ſed in tempore lumen per medium diffundi. Quod autem tēpus imperceptibile ſit, ſatis probant illi qui non in tempore, ſed in inſtanti dicunt lumen diffundi.

Secunda Propoſitio.

Radii luminoſi & viſuales breuiſsima via quantum fieri poteſt incedunt.

Hæc experimento patet, non enim infirma ratio eſt quæ ſenſu comprobatur, cùm circa ſenſibile proprium philoſophia nolit ſenſum decipi: coniunximus rādio viſuali radium luminis ſiuelucis quia omnino eodem modo procedūt, tam in medio vniformi cum directè pergunt: quam cum diuerſitate medij incuruantur, quam etiam cum ab obiecto denſo terſo & polito reflectuntur. Eodem (inquam) modo procedūt radius lucis & radius viſualis, & quomodocunq; fiat viſio ſiue illuminatio, ſemper per breuiſsimam lineam fit. Nam opus naturale eſt viſio & etiam lucis diffuſio: vnde cum natura ſemper ſecūdum quod perfectius, melius, & facilius, & breuius fieri poteſt operetur, oportet vt productio lucis à corpore luminoſo per lineam fiat directam atque breuiſsimam: præcipuè quia reſiſtentia medij (ſi qua eſt) hoc non impedit, ſaltem quantum ad perpēdicularem de qua poſtea dicendū eſt. Hinc radijs qui ſunt in terminis, vmbræ tanquā lineis rectis quæ à luminoſo per verticem vel aliā opaci corporis partem tranſeunt, vtimur tam in menſuris, quàm in alijs pluribus operarionibus.

Hinc præterea ex diuerſitate opaci corporis diuerſitas cauſatur vmbrarum, eò quòd rectæ lineæ ex luminoſo opacum contingentes directe tranſeunt in partem oppoſitam: vnde ſi luminoſum & opacū fuerint ęqualia vmbra fiet columnaris: ſi opacū maius vmbra fit quaſi euerſa pyramis quam cabito idem appellant: ſi vero minus vmbra eſt pyramidalis ſiue conordalis.

Aduertere nihilominus oportet lumen ipſum nullo pacto lineam eſſe vel linealiter procedere, ſi quidem quodlibet punctū luminoſi corporis (ſaltē hemiſphærialiter) illuminat & irradiat, & lux ipſa non ſolum recte ſed & lateraliter procedit, alias vmbra non eſſet diminutum lumen ſed tenebræ: quod & termini vmbræ etiam oſtendunt, non enim videtur lux terminari in ſuperficie oppoſita ad lineam, ſed per aliquantum ſpatium remittitur lux. Vnde & anguli radiorum ſolis per feneſtram ingreſſorum potius arcum circuli quam angulos quadrati repręſentant, & radij per foramen ingreſsi ad circularem figuram quantū poſſunt tendunt. Semper tamen lux per directos radios diffuſa eſt intenſior: unde illi appellantur radij primi, ſiue lux prima, reſpectu lucis ſe lateraliter diffundentis, quæ lux ſecunda dici conſueuit.

Tertia Propoſitio.

Omnium radiorum ſiue viſus ſiue lucis perpendicularis eſt fortiſſimus.

Ex corpore ſphærico omnes lineæ à centro ad lineas contingentes in punctis contingentiæ dicuntur perpendiculares, & quæ in planum incidunr ad angulos rectos dicuntur etiam perpendiculares: vnde cum luminoſum corpus vt in plurimũ ſphęricitatem habeat vel participet, radius lucis perpendicularis dicetur ille ſolus qui a cẽtro progreditur, & in obiecta ſuperficie angulos cauſat æquales.

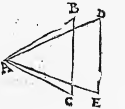
Item oculus ſphæricam habet figuram ſecundum eſſentiales partes, licet partes ex quibus componitur ſphæricam habentes vel participantes diuerſa habeãt centra: linea igitur viſualis à cẽtro oculi imo per centra omnia oculi (quæ vt dictum eſt plura ſunt) tranſiens, atque in obiectam ſibi rem viſam ad pares angulos ducta, perpendicularis eſt.

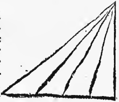
Quòd autem perpendicularis ſit omnium fortiſſima ratio eſt in promptu: nam incedit ſecundum totam vim illius ex quo procedir: quod radijs obliquis non contingit. Item in obiecto fortiſſimè omnium agir quæ directe agit. Hinc experimur quando certificari de re viſa volumus nos axem per partes omnes corporis viſi circumducere, vt legentes facimus vel picturam conſpicientes. Licet tota charta ſimul oculo præſentetur & ſic literæ omnes viſum immutent, ducimus tamen aciem oculorum per ſingulas lineas & per ſingulas literas vt ſcripturam ipſam cõprehendere poſſimus, & de illa certificari. Eodem modo cum lux ſuper aliquam rem obliquè incidir, quãdo non clare percipitur res curamus rẽ ipſam luci facialiter obijcere, vt fortius illuminetur: vel lumen illi facialiter obijcere: vt noctu contingit, cum ad candelæ lumen de aliqua re certificari volumus, hoc non ob aliud quàm quia radij perpendiculares fortius & meliùs & perfectiùs operantur, & inde etiam patet verum eſſe quod propoſitum eſt.

Quarta Propoſitio.

Si æquales magnitudines ad inæqualem diſtantiam conſpiciantur: quæ propinquior fuerit maior apparebit.

Licet in viſione quæ per rectas lineas fit, minus contingat viſum decipi: tamen ſunt plures deceptionis cauſæ etiam in iſta viſione, ex quibus pauca adducemus. Viſio (vt dictum eſt) fit per hoc, quod lineæ viſuales à re viſa ad oculum perueniunt, vel ècõuerſo, & hoc ad modum pyramidis vnde in centro oculi cauſaretur angulus, qui quidem vertex eſſet talis pyramidis: niſi. propter diuerſitatẽ humorum oculum conſtituẽtium, tales radij incuruarentur: manent tamen radii inclinati acſi angulum eſſent perfecturi. Cùm autem ſecũdum quòd lineę maiorem angulum eſſent cauſaturæ, maiorem partem occupent oculi: hinc fit, vt quę per maiorem angulum videntur, maiora appareant: & quæ per minorem, minora. vnde ſi duæ quantitates.b.c. & .d e. æquales inæqualiter diſtent ab oculo.a. neceſſariò inæquales cauſabunt in illo puncto oculi angulos: atq; diſtantior minorem: & propinquior maiorem. Angulus enim .b. a.c. continet angulum .d a.e. tanquã ſuam partem: apparebit igitur maior quantitas.b.c. quàm. d. e. Hinc etiam ſi longam ſpectes viam inter lineas, vel parietes æque diſtantes: quò longiùs procedit anguſtior apparet: quod ſatis patet experientia. Hinc etiam in eadem linea recta æquales portiones inæquales apparent propter inæqualitatem angulorum: & minores remotiores: maiores vero propinquiores. Imò hinc etiam non difficile erit intelligere, in plano æquali (quod ſub oculis iacet) partes remotiores apparere ſublimiores propinquioribus: & in ſupra nos poſito, partes remotiores apparere humiliores: propinquiores verò altiores. Si quidem radij ad oculum concurrentes, ex diuerſitate angulorum diuerſam repræſentant quantitatem & ſublimitatem, etiam in æquali & plano.





Quinta propoſitio.

Ex intemperata proportione circunſtantiarum rei viſibilis & viſus ſolet decipi videns.

In viſione quæ per rectas lineas fit, multis de cauſis contingit deceptio: & ex parte organi viſus, & etiam ex parte rei viſæ, ex parte etiam medij. Siquidem oculus oportet ſit ſanus, & virtutem habeat proportionatam viſibili, ſecũdum magnitudinem & diſtantiã: ſunt enim oculi, qui ad maiorem diſtantiam clariùs quàm ad minorem, & econuerſo qui ad minorem clariùs quam ad maiorem vident. Ex parte etiam rei videndæ oportet ſit debita proportio, ne ſit adeò parua res, vt angulum in organo non cauſet: tunc enim non videbitur. Item oportet vt ſit res ſolida, nam ſi medium in ſoliditate non ſuperet, non diſtinguetur ab illo. Diaphanum enim non retinet colores, neque lucem: & licet aliquo modo viſu percipiatur (cùm diſtantiam etiam viſu deprehendamus) tamen quæ per medium diaphanum vidẽda ſunt alium oportet colorem habeant.

Ex parte medij requiritur debita illuminatio: maxima enim lux impedit viſum, vt patet ex intuentibus ſolem: debilis etiam lux non ſufficit ad colores educendos. Item debita diſtantia: ſi enim viſu ſuperponatur res videnda, non videbitur: item ſi nimis elongetur, cauſabit angulum adeò acutum, vt ſub illo non cõtingat aliqua diſtinctio. Requiritur adhuc debitus ſitus: nam ſi plana ſuperficies adeò inclinata obiiciatur vt appareat linea, nihil videbitur eorum quæ in illa ſuperficie continentur. Sed & tẽporis proportio conueniens ſit oportet: adeò enim citò aliqua tranſeunt, vt viſum effugiant: & ea quæ velociſſimè & circulariter mouentur multoties viſum decipiunt.

Siquidem lineæ viſuales non aliquantulũ permanẽtes, de re viſa rectè iudicare non permittunt. Patet igitur experientia, quòd ex intemperata ac indebita proportione harum & huiuſmodi circunſtantiarum contingit deceptio. Ita enim quod ſphæricum eſt (vt ſol & luna) apparet planum: non enim in tanta diſtantia cognoſcere poſſumus quantitates radiorũ, & inde figuras diſtantium rerum percipere nequimus. Sed & quæ quadrata ſunt, apparent oblõga: & quæ aſpera læuia: & huiuſmodi multæ ſunt deceptiones, quas quilibet attendens experitur.

Primæ partis Perſpectiuæ finis.

Pro Reflexis lineis, Secunda pars.

Definitiones.

Speculum dicitur corpus politum natura vel arte.

Linea incidentiæ dicitur radius viſualis ſpeculo incidens: Reflexa verò, quæ à ſuperficie ſpeculi ad oculum peruenit.

Cathetus dicitur perpendicularis ſupra ſpeculi ſuperficiem cadens.

Poſtulata.

Qui ſuperficiem ſpeculi conſpicit, non videt omnia quæ in illo repræſentantur:

Multa videntur in ſpeculo, quæ oculus directo aſpectu nõ videret.

De his quæ àccidunt viſui per lineas rectas, pauca quædam dicta ſunt: nunc autem pauciora dicenda ſunt de accidentibus eidem, cùm per reflexas lineas figuram rei contemplatur.

Speculum notiſsima res eſt, tam quod natura, quã quod ars fabricauit: ſunt eñ multa naturalia corpora, in quorũ ſuperficie figuræ obiectarũ rerũ apparẽt. vt de aqua experientia nos docet, & de gemmis quibuſdam: quæ aliæ clariùs, aliæ obſcuriùs imagines reddunt. vnde & hominum ſolertia naturam imitata, corpora denſiora tergere, & plana leniaq; reddere, vt ferrum argen tum & huiuſmodi: item diaphanum, vt vitrum, cryſtallum, & alia plumbo vel alio corpore opaco obturare curauit, vt inde lucidiſſima ſpecula nobis offerret. Oportet autem ſpecula corpora eſſe denſa, ne propter poros radij reflecti nequeant: oportet etiam eſſe terſa atq; polita, vt omnis aſperitas amoueatur. vnde nec teſtacea, nec linea poſſumus habere ſpecula: & cùm recipiãt colores omnes, colorem ipſa conuenit ex politura debilem habeant: inde enim minus perfecte percipimus rerum figuras per reflexos radios, quam per directos: quoniã reflexi miſcentur directis, & ſimul ſpeculum cum imagine repręſentata percipimus.

Linea incidentiæ) diximus ſuperiùs, axem pyramidis radioſę conſiderata nobis tãquam præcipuam linearum à re viſa ad oculum deductarum: nũc etiam cum e ſpeculari corpore reflectatur tota pyramis, de ſola illa linea agimus nomine omnium aliarum. Hęc quidem in viſione reflexa fit duo, a re viſa in ſuperficiem ſpeculi dicitur incidens: a ſuperficie autem ſpeculi ad oculum reflexa.

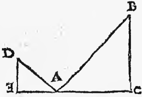
Cathetus) in omni viſione reflexa conſideramus tres lineas rectas, tanquam latera trianguli rectilinei: quarum vna eſt linea incidentiæ (de qua dictum eſt) alia eſt portio illius, quæ ab oculo in ſuperficiem ſpeculi reflexa dicitur, & procedit vſque ad concurſum cum tertia in continuum & directum, vſque ad locum in quo res videtur, de quo ſtatim dicendum eſt: & portio illa appellatur baſis trianguli. Tertia eſt quæ a puncto rei viſæ, ad ſuperficiem ſpeculi perpẽdiculariter ducitur: & iſta eſt quæ cathetos appellatur. Et in planis ſpeculis perpendicularis iſta eſt ſuper ſuperficiẽ protractã verſus rem viſam: in curuis autem a re uiſa tendit ad centrum ſpeculi.

Prima Propoſitio.

In omni reflexione radius cauſat cum ſpeculo duos æquales angulos.

Hæc propoſitio ab omnibus incunctanter recipitur: demonſtratur verò ab Eucl. ſuppoſito quod nõ videtur res in ſpeculo, niſi fuerit proportio diſtantiæ videntis ad locum incidentiæ, &

reflexionis in ſpeculo, ad diſtantiam eiuſdem loci in ſpeculo, ad lineam perpendicularem: quæ eſt à reuiſa in baſim trianguli (de quo ſuperius dictum eſt) eadem inquam proportio, quæ eſt eleuationis viſus ſuper planum ſpeculi, ad eleuationem rei viſæ ſuper eundem planum. Vt ſi res viſa ſit in. b, ſuperficies ſpeculi, in linea. e. c. oculus, in. d. radius incidens. b. a. & inde reflexus. a. d. eſt inquit, proportio. c. a. ad. a. e. eadem cũ proportione. b. c. ad. d. e. quia aliâs res non videbitur. Et tũc (inquit) manifeſtũ eſt, quòd duo iſti trianguli ſũt ſimiles, ergo æqui anguli: ergo angulus. b. a. c. æqualis angulo. d. a. e. Principium huius demõſtrationis experientiæ innititur, vnde quidam naturalem rationem addunt: Quòd ſcilicet linea viſualis eſt linea naturalis, & ſic agit eodem modo, ſiue cadendo ſiue reſiliendo: vnde dicunt, eundem angulum cauſat cum ſuperficie cùm reflectitur, quẽ cauſatet ſi tranſiret: ſed ſi tranſiret cauſatet contrapoſitum, & ſic æqualem per. 15. Eucl: atque adeò dicunt, neceſſe eſt angulos incidentiæ & reflexionis eſſe æquales.



Reuera experientia ita videtur, attamen difficultatem habet: quia radius reflexus (vt communiter conceditur) debilior eſt quam directus: vnde videtur, quòd non eadem virtute ſurgat qua cecidit: & ſi medium dicamus aliquo modo reſiſtere, magis reſiſtet reflexo quam directo: At ſi iſti anguli æquales nõ ſunt, inæqualitas tamen non eſt ſenſu perceptibilis.

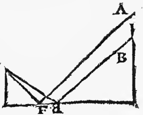
Secunda propoſitio.

In planis ſpeculis celſitudines & craſsitudines conuerſæ apparent.

Corollariè aliquo modo ſequitur hæc ex præcedente: magis

eleuata

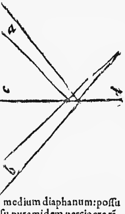
leuata enim res ꝓpinquior videbitur, (id eſt) a propinquiore nobis puncto reflecti tur radius illius. Quod em̃ eſt in. a. reflectitur ex puncto. e. & quod in.b. ex puncto.f. vt in præſenti figura patet: quod ergo ſublimiùs erat, videbitur humilius; & e conuerſo.



Tertia Propoſitio.

Locus apparens imaginis rei in plano ſpeculo ſpectatæ, eſt in perpendiculari à re viſa ad ſuperficiem ſpeculi.

Sit ſuperficies plana ſpeculi in linea.d.c. res viſa in. a. oculus in.c. ex.g. reflectatur imago. a. ad.c. dicit hæc propoſitio quòd apparẽs locus imaginis.a.eſt in linea. a. c. b. Hæc ex præcedentibus aliter demonſtratur: a. non reflectitur ex.g. niſi ad punctum.c. quia non cauſaret angulos æquales: ſunt ergo in eadem plana ſuperficie.a.g.&.c. & in eadem eſt tota linea.a.b. ergo in illa apparet imago: & cùm viſus in directum tendat, erit locus.b. vbi illa perpendicularis cum viſuali cõcurrit. Hæc ex Eucl.



Vitellioni placet addere rationẽ, quare locus apparens imaginis eſt in cõcurſu viſualis cum catheto (vt ipſe loquitur) Dicitq́; non ſolùm viſu percipitur res colorata, ſed etiam medium diaphanum: poſſumus enim imaginari, nos ſemper viſu pyramidem percipere rãtæ magnitudinis, quanta comprehendi poteſt radijs, qui à centro primo oculi per peripheriam foraminis ducti, ad obiecta corpora perueniant. Partes autem ipſius pyramidis (ſcilicet baſis, & quæcũq; in ea ſunt colorata) in acie pyramidis: & ſic in oculo eodē ſitu & figura repræſentãtur, qua ſunt niterſe. Vnde & propinquiora propinquius, & remotiora remotius, & quę ſublimiora ſublimiꝰ, inferiora inferius, & quæ in parte dextra & quæ in ſiniſtra collocatæ ſunt, eodem modo, ordine & ſitu videntur: & hoc viſione directa. Cũ autē prædicta pyramis e ſpeculo reflectitur, oportet tota reflectatur: & omnes eius partes ſeruantes ſitum & figuram inuerſe, quæ ſeruarēt in viſione directa, præterquã quòd conuerſæ apparent, vt quod altius eſt apparet inferius, & quod dextrum ſiniſtrum. Cùm ergo non ſolum rem ipſam, ſed mediũ & omnes partes tam in medio quam in baſi pyramidis, ſpeculũ nobis reddat in ordine, figura, atq; ſitu: neceſſe eſt, vt & loca rei viſæ (ſecundum quod à talibus radijs repręſentari poſſunt) reſpectu ſitus ſuarum partium, ea diuerſitate quam in medio, vel baſi pyramidis ſortiuntur, nobis repræſentet. At loca ſitus, & ordinem prædictum partium totius pyramidis requiruntur, vt pyramis perfecta repræſentetur: terminus autem eius & partium, non alibi terminantur, quam in prædicto concurſu: nam cùm viſus reflexionem non percipiat, & ſecundum breuiſsimam lineam videat, & perpendicularis a re viſa ad ſuperficiem ſit breuiſsima: illa terminet oportet viſionem.

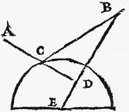
Ex prædictis ſequitur, ſi duo in eodem ſpeculo vnam aliquã rem contemplentur, videre illos diuerſas imagines, & in diuerſis locis. Nam non poteſt ab eodem puncto ſuperficiei ſpeculi, ad duo puncta in qua ſunt oculi, idem radius reflecti: & cùm ſint diuerſa puncta, & diuerſis in locis oculi, erunt diuerſæ ſuperficies: & ſic diuerſæ perpendiculares, in quibus loca imaginum.

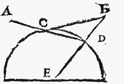
Quarta Propoſitio.

In ſpeculis ſphæricis tam conuexis quam concauis, apparet imago in linea à re viſa ad centrum ſpeculi.

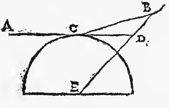
Figuræ ſpeculi diuerſæ, neceſſe eſt diuerſas faciant earundē rerum imagines: & licet poſſint ſpecula fieri innumeris modis diuerſa in figura, de regularibus figuris tantummodo tractant perſpectiui: regulares autem appellant, quæ per totum habent vniformem ſuperficiem: talia ſunt ſpecula plana, & ſphærica cõuexa, ſphærica concaua, columnaria & pyramidalia: atq; ex his plana, conuexa, & concaua præcipuè conſiderantur: nam columnaria & pyramidalia (quoniam ex recto & curuo ſunt compoſita) habebunt conditiones partim planorum, partim ſphæricorum: conuexorum, ſi conuexa: & concauorum, ſi fuerint concaua.

Seruatis igitur in vniuerſis ſpeculis duobus illis, quæ ſuperius dicta & aliquo modo probata ſunt, ſcilicet quòd anguli incidentiæ & reflexionis æquales ſunt, & locus viſionis in linea perpendiculari: ſequuntur plura in ſpeculis conuexis, plura etiã in concauis, & plurima in columnaribus & pyramidalibus circa locum & ſitum imaginis in ſpeculo viſæ, quæ quidem videntur contraria, vel certè diuerſa ab his quæ contingunt viſione directa, & etiam viſione reflexa in planis. Atque primo in loco apparentis imaginis, apparet enim in concurſu viſualis ſemper in directum tendentis cum perpendiculari, a re ipſa cuius imago ſpectatur ad ſuperficiem ſpeculi, perpẽdicularis autem ad ſphæricam ſuperficiem, eſt ſola illa quæ ad centrum tẽdit: vnde in illa oportet appareat locus imaginis. Hinc fit, vt aliquando intus in ſpeculo videatur locus figuræ: aliquando in ipſa ſuperficie ſpeculi: aliquando extra ſpeculum. Vt ſi in his tribus figuris ſit res viſa in.b. oculus in.a. pũctus reflexionis in.c. locus apparentis imaginis ſemper neceſſariò erit in d. in prima intus in ſpeculo: in ſecunda in ipſa ſuper





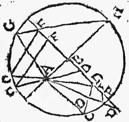
ficie ſpeculi : in tertia extra ſpeculum ipſum.



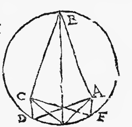
Neceſſariò inde ſequitur, in cõuexis ſpeculis nõ percipere nos diſtantiam rei viſæ a ſuperficie ſpeculi, ſicut contingebat in planis : in quibus linea viſualis a ſuperficie ſpeculi ad concurſum cũ perpendiculari, erat æqualis cum linea a re viſa ad punctum reflexionis : in his autem ſatis patet, quòd vt in plurimum minor eſt illa. Sequitur etiam in eiſdem conuexis ſemper imagines rerum apparere minores, quam apparerent in planis. Nam lineæ in oculo concurrentes vel quaſi concurrentes, quæ imaginem cõprehendunt, minores cùm ſint a puncto reflexionis, minorem cõprehendent imaginem rei viſæ: cuius cauſa eſt propinquior cõcurſus cum cathecis ad centrum tendentibus, & inde anguſtior locus imaginis.

In concauis autem ſpeculis, licet aliquando contingat viſualem radium cum perpendiculari non concurrere: tamẽ vt in plurimum concurrunt. Vnde mirabiliora contingunt in loco, ſitu, & figura apparentium imaginum: poteſt.n. in aliquo ſitu oculus (& præcipue intra ſpeculum ipſum) conſtitui, vnde appareant imagines rerum, quædam intra ſpeculum: quædam extra, & in ipſa ſuperficie : imò & in oculo, & ponè oculum.

Apparet etiam aliquando res maioris quantitatis, quam ſit: aliquando minoris: aliquando conuerſa: aliquando directa: & aliquando vnius rei plures imagines ſimul, vel certe eadem in diuerſis locis. De quibus omnibus, cùm non tractatum ſed compendium ſcribere ſit animus, vnum aut alterũ adducam exemplum : curioſis relinquens ea quæ pulchra quidem, ſed nõ adeo vtilia, vt in his multum temporis qui ad altiora properant, inſumere debeant.



Si in hac prima figura ſit concauum ſpeculum, & ab omnibus punctis. f. reflectantur ad oculum. a. radij, loca rerum viſarum erunt ſemper in punctis.d. vbi viſuales cũ perpendiculari concurrent, & quãdo res viſæ ponuntur in vna diametro, omnes perpendiculares tendũt ad centrum.b.& ſic loca ſunt in eadem diametro, præter vnam æque diſtantem. Quòd ſi ex termino reliquę diametri, puta ex.h. reflectatur linea in pũcto.g. ad viſum, locus erit oculus ipſe.



In ſecunda figura ſi oculus ſit. a. res autem viſa. c. poteſt reflecti ex quatuor punctis. b. d. e. f. quoniam anguli incidentiæ & reflexionis æquales ſunt in omnibus illis pũctis: vt pote anguli æqualium portionum eiuſdem circuli.

Quinta Propoſitio.

Columnaria & pyramidalia ſpecula diuerſo modo imagines reddunt, quàm plana & ſphærica.

Superficies pyramidalium & columnarium ſpeculorum, cõpoſitæ ſunt (vt ſupradictum eſt) ex linea recta in longitudine, & curua in aliis dimenſionibus, vnde ex hoc quòd anguli incidentiæ & reflexionis ſint æquales, ſicut in omni reflexione contingere dictum eſt, ſequitur quòd rerum imagines neceſſariò in his ſint diuerſæ ab eiſdem, in alijs ſpeculis: nam in ſphæricis vnũ eſt tantùm centrum, ad quod perpēdiculares omnes feruntur: in his autem ſunt plura centra, licet omnia ſint in linea media columnæ ſiue pyramidis, quæ axis vocatur. vnde ſi intelligas angulos angulos æquales in punctis reflexionis, & locum imaginis in concurſu: viſualis & perpendicularis (quod vt dictum eſt, in omnibus reflexionibus experimur) contingunt diuerſiſsima in ſitu, loco, & figura apparentium imaginum.

Sunt & ſpecula irregularia appellata, quia ſuperficies nō eſt vniformis per totum: in quibus neceſſe eſt, ex diuerſitate partium diuerſos accidere etiam figurarū modos: & hinc mira quædam de ſpeculis enarrantur ab autotibus, quę tamen ex his quę dicta ſunt, non difficile erit cognoſcere, & illorum rationem reddere.

Secundæ perſpectiuæ partis finis.

De viſione per radios fractos, tertia pars.

Definitiones.

Radius fractus dicitur, qui diuerſo medio occurrens incuruatur.

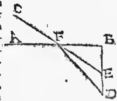
Punctus fractionis eſt in ſuperficie diaphani diuerſæ raritatis.

Supereſt pauca quædam ſubnectere de viſione, quæ fit per radios fractos: viſuales enim radij (qui vt dictum eſt, a re viſa ad oculum ſiue conuerſo per totum medium tendentes, quāto rectius & breuius fieri poteſt incedunt, & ſemper ſi licuiſſet per lineam rectam viſionem facerent) impediuntur in ſuo proceſſu ab obiecto corpore: quod ſi adeò ſit denſum vt trāſgredi nō poſſent, reflectuntur radij ſuo ordine, ſecundum quod melius & rectius poſſunt: & inde in terſis & politis reflexione percipiuntur rerum imagines, de quibus ſupradictum eſt. Si autem obiectum corpus diaphanum ſit, per quod radijs tranſitus pateat, eſt tamen maioris ſpiſsitudinis ſiue raritatis quam mediū, per quod cœperat licet tranſeant, tamen non omnes radij (ſiue viſus, ſiue lucis ſint) directe tranſeunt: ſed omnes, qui oblique in ſuperficiem incidunt corporis illius diuerſi, ſtatim in ipſa ſuperficie frãguntur: ſi corpus occurrens ſit rarius a perpendiculari (quod aiunt) ſi autem denſius ad perpendicularem.

Fractionem autem horum radiorum in hac materia loquentes fieri dicunt, propterea quod virtus illa diffundens radios lucis ſiue viſus, reſiſtentiã aliquomodo in denſioribus diaphanis inuenit: vnde radijs in penetrãdo denſius maior difficultas, quam vt ſuperent & facilius tranſeãt fortiores efficiuntur, cũ perpendiculari fortiſsimo radiorum aſsimilantur. Et hæc iſtis videtur ratio, quare radij obliqui cum denſius medium occurrit, verſus perpendicularem franguntur: perpendicularis enim radius infractus per omnia media quantumcunq; diuerſa tranſit. Cùm autem rarius occurrit, radij franguntur a perpendiculari recedẽdo: eſt enim talis natura radiorũ, vt ſeſe diffundant per totũ medium: & cùm minorem inueniunt in medio reſiſtentiam amplius ſe diffundunt. Et hæc eſt iſtorum qualis qualis ratio: experimur tamen veritatem doctrinæ, cum rerum in aqua exiſtentium imagines nobis apparẽt in loco vbi nõ ſunt: & cũ videmus eaſdẽ exiſtẽtes in loco, in quo per radios directos nõ viderẽtur. Sunt etiã & quędã excogitata inſtrumẽta pro radiis lucis, quæ omnia cõſonant.

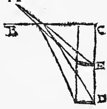
Prima Propoſitio.

Locus apparẽtis imaginis rei per fractos radios viſæ, eſt in perpẽdiculari ab ipſa re ad ſuperficiẽ vbi frãgitur radius



Et hoc præter experientiam conuincit ratio ſuperius poſita: ſi quidem viſus fractionem radiorum non percipit, ſicut nec reflexionem: imo in hoc decipitur, quia apprehendit ſemper lineam a re viſa ad oculum, tanquam rectam & breuiſsimã. At pyramis illa, quam radioſam appellant, ſiue directa, ſiue reflexa, ſiue fracta ſit, ſecundum ordinem ſitum & figuram partium rei viſæ (quantum per media licet)breuiſsime & directe rēdit: ac proinde locus vniuſcuiuſq; partium talis pyramidis erit in ſua perpendiculari: quia(vt ſupra dictum eſt, cùm de reflexarum imaginum locis agebamus)illa eſt breuiſsima omnium: & eſt in illa plana ſuperficie, in qua ſunt & viſus & res viſa, & punctus fractionis. Vt ſi ſit ſuperficies diuerſi medii.a.b. & oculus.c. in rariori medio, res viſa in.d. denſiori, punctus fractionis in.f.(ibi.enim radius.d.c.frāgitur)locus viſionis erit in.e.& ſic in linea perpendiculari ex.d.in.a.b.vbi. c.f. directè tranſiens cum prædicta perpendiculari concurrit. Inde etiam patet, quod apparet in alio loco quàm reuera ſit quia in. e. Patet etiam quod res partim in aqua, partim in aère exiſtētes, apparent fractæ: eò quòd radij viſuales partim recti, & partim ſunt fracti.

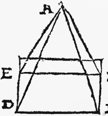
Patet etiam, quare res quæ directe videri non poterat, videtur per radios fractos: vt oculus in.a.videt. d. in.e.quod tamen non videret per radios rectos in ſuo loco.



Patet etiam, quòd in ſuperficie plana res videtur maior quam ſit, exiſtēte oculo in medio rariori: quoniā propius videtur quàm videretur viſione directa: vnde radij rem comprehendentes maiorem angulum cauſant in oculo. Videtur enim tota pyramis, & tantæ magnitudinis quāra ſi vere eſſet in loco in quo apparet, vt patet in præſenti figura, in qua res quæ in.d.erat, apparet in.e.& ſic à terminis. e.maiorē cauſant angulum lineæ, quàm ex termino.d. Aliud autem eſt ſi ſuperficies denſioris medij plana non ſit: tunc enim apparet aliquando maior: aliquando æqualis: aliquando etiam minor: ſecundum quod magis vel minus locus apparens oculo appropinquat, & centro curuitatis ſuperficiei denſioris corporis, Et hæc eſt ratio quare rerum per fractos radios viſarum non ſatis percipimus quantitatem, nec loca: eſt enim difficillimum cognoſcere angulos fractionis, cum illi ex maiore raritate vel denſitate, & etiam ex diuerſa obliquitate incidentium radiorum diuerſificentur.

Secunda Propoſitio.

Congregatio multorum radiorum ſolis fractorum ſiue reflexorum, potens eſt generare ignem.



Hanc veritatem multoties ſumus experti in corporibus diaphanis regularibus, & ſphęricam participantibus figuram: cùm ſolares radij perpendicularem fugientes, egreſſi ex denſa cryſtallo, in vnũ adunati facillime obiectam materiam incenderent. Imò ex vaſe vitreo ſphærico aqua pleno emiſſos ſolares radios vidimus incẽdere materiam oppoſitam (licet non ita faciliter) etenim ſolares radij coniuncti aërem diſgregant atq; inflammant.

Nec diuerſa ratio eſt de reflexis radijs, qui à ſpeculo vel diuerſis ſpeculis reflectuntur ad idẽ punctum aeris: vnde & illos ignẽ generare teſtes ſunt & archimedis hiſtoria, & tractatus qui de combuſtorio ſpeculo circunferuntur.

Tertia propoſitio.

Iris apparet ex reflexis & fractis radiis luminoſi corporis.

Tandem de iride (vt perſpectiuo negotio finis imponatur) quæ ad perſpectiuam ſpectare videtur breuiſsime abſoluemus. In iride eñim figuram ſemicirculo minorem, triplici diſtinctam colore conſpicimus, ſemperque luminari obiectam: conſpexi quidem ipſe lunarem iridem multis aſtantibus & admirantibus, debiliorum tamen & colorum & lucis, quàm quæ a ſole cauſatur.

Figura verò circularis cauſatur, quoniam radij lúminoſi ab

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA SEVILLA

eodem puncto (puta ſolis) ad roridam nubem deuenientes, & inde ad oculum videntis reflexi, angulos incidentiæ & reflexionis æquales (vt in ſpeculo dicebamus) cauſant. Inueniuntur ſiquidem in nube illa rorida, in qua iris apparet, corpuſcula quædam & diaphana & ſpecularia: vbi radij duplices (reflexi ſcilicet & fracti) ex ſimplicibus in ſuperficiem incidentibus fiunt: vt in alijs etiam diaphanis (& præcipue in aqua) experimur. Quò fit, vt radii corpuſcula illa diaphana ingreſſuri frangantur, & fortiores effecti ingreſſi lucem ſenſibilem cauſent: quæ mixta opaco & ſubnigro colore illorum corpuſculorum colorem efficiũt diuerſum, ſecundũ quod corpuſcula illa liqueſcẽtia & ad aquam tẽdentia, plus vel minus nigredinis habent. Radij vero reflexi ſpeciem luminoſi repræſentarent in oculo, ſi corpuſcula illa ſpecularia tantæ eſſent magnitudinis, quanta ad talem repræſentationem requiritur. Propter illorum verò paruitatem, non totius luminaris (vt in ſuperficie aquæ contingit) ſed ſolùm lucis imaginem repræſentat: & hanc debiliter, tum propter motum corpuſculorum illorum, quæ continuò alia alijs ſuccedũt: tum etiam, quia mixta coloribus ſupradictis videtur. Sunt ergo in repræſentatione iridis triplices radij: directi, quibus in nubem roridam tendimus; reflexi a luminari in nube & inde ad viſum, qui nobis in circulari forma lucem & luminoſum (quantũ poſſunt) manifeſtant: fracti, qui ſenſibilem illud lumen, & colore affectum reddunt.

Ex his patet, quòd plures videntes iridem, non vnam ſed plures vident: ſiquidem radij reflexi ad angulos æquales, non poſſunt ad diuerſa puncta tendere: & cũ tota iris vicem habeat ſpeculi ſphærici concaui, centrum ipſius, & centrum oculi, & centrum ſolis oportet ſint in eadem ſuperficie: imo ſunt in eadem linea recta. Vnde oculi exiſtentes in diuerſis lineis a centro ſolis habebunt diuerſa centra iridis: & ſic diuerſas irides. Hinc iris videtur fugere inſequentem: & ſequi fugientem: & alia quædam quæ notantur in iride; Variantur enim anguli, variato loco viſus: & ſic centrum iridis, & proinde tota iris.

Tertiæ partis & totius perſpectiuæ finis.

MVSICA.

Definitiones.

Interuallum, eſt habitudo inter ſonum grauem & acutum.

Tonus, eſt conſonantiæ principium, ex ſeſquioctauo interuallo proueniens.

Conſonantia, eſt mixtura acuti grauiſq; ſoni, ad aures vniformiter ſuauiterq́; perueniens.

Diateſſaron, eſt conſonantia ex ſeſquitertio interuallo cōſurgens.

Diapente, naſcitur ex ſeſquialtero interuallo.

Diapaſon, ex duplo.

Diapaſon cum diapente, conficiunt interuallum triplum.

Bis diapaſon, ex duobus duplis conficit quadruplum.

Petitiones.

Data æquali chorda, quæ eſt proportio ſpatii ad ſpatium, eam eſſe ſoni ad ſonum.

Totum ad ſuam partem, & laxius ad ſeipſum tenſum, grauiorem ſonum edere.

Congruè Perſpectiuam ad viſum ſenſuum nobiliſsimum pertinentem, ſequitur Muſica nobiliſsimum obiectum auditus: de qua quamplurima eademq́; pulcherrima traduntur ab antiquis: & de qua diuus Auguſtinus per ſex volumina diſſerere non dubitauit: & D. Seuerinus Boetius grauiſſimus & doctiſsimus phi loſophus introductiones ludere non eſt dedignatus. Quæ omnia ad commendationem diuinæ artis ſufficere debent. Quoniam tamen huic negotio ſicut, & alijs Mathematicis diſciplinis, tempus non ſuppetit: ad alias ſcientias (quæ grauiores certè vtiliores videntur) properantibus, principia tantùm modo eaque quam fieri poteſt & breuiſsimè & clariſsime (quantum cum breuitate claritas in hac re copulari poteſt) tradere conati ſumus.

Pro definitionibus notandum, quòd conſiſtit muſica in diuerſitate & ſimilitudine ſonorum: quæ diuerſitas & ſimilitudo (licet ſit inter res diuerſæ ſpeciei ab alijs cõtinuis & diſcretis) quoniam tamen menſurabilis omnino videtur, de illa philoſophamur, quaſi de diuerſitate aliarum quantitatum. vnde diuerſitatem iſtam & ſimilitudinem (quemadmodum in alijs quantitatibus) rationem ſiue proportionem appellamus: & inde non ineprè poſſemus exponere interuallum, proportionem inæqualitatis: graue. n. & acutum in ſono ſe habent, ſicut maior quantitas & minor: Ita vt graue ſit maius: acutum minus. Quemadmodum ergo dicebamus, proportionem eſſe inter duas eiuſdem generis quantitates, habitudinem quãdam ſecundum æqualitatẽ vel inæqualitatem: eodemmodo dicimus, interuallum habitudinem eſſe inter ſonum grauem & acutum, quaſi inter duas quãtitates inæquales eiuſdem generis.

TONVS. Quemadmodum punctum in magnitudine, & vnitas in multitudine, ita & tonus ſupponitur principium in conſonantijs: differt tamen ab illis, quia tonus diuiſibilis eſt: punctum verò & vnitas minime. Et quoniam in ſonis tonus dicitur prouenire ex ſeſquioctaua proportione, notandũ eſt quòd interuallum ſiue proportio inter ſonos, eſt illa habitudo inæqualitatis qua graue acutum excedit: exceſſus autẽ iſte diuerſis modis contingit, adeo vt non ſolùm rationales ibidem inueniamus proportiones, ſicut in numeris: ſed etiam irrationales, ſicut in continua quantitate. Experimur ſiquidem, tam in voce quam in ſono chordarum & alijs, continuitatem quandam ſoni ex graui in acutum aſcendentis: vt quando chordam in inſtrumento paulatim extendimus, vt acutiorem efficiat ſonum. Et licet ita ſit, quòd hæc tendentia à graui in acutum, naturam continui potiùs quam diſcreti habere videatur: philoſophantes potius voluerunt, muſicum negotium ad diſcretam quàm ad continuam quantitatem referre: quoniam inter ſonos præcipuum (vocem .ſ. humanam & ſic orationem) quantitatem eſſe diſcretam (Muſico forſan ſpiritu ducti) definierunt. Vnde interualla omnia & ſic proportiones grauis ad acurum, rationales (ac ſi vnius numeri ad alium numerum eſſent) conſiderarunt. Quando igitur dicimus tonum cōſiſtere in ſeſquioctaua proportione, perinde eſt ac ſi diceremus: inter duos ſonos illos eſt iſtud interuallum toni, quorum grauis eſt vr nouem, acutus vero vt octo, quicquid illa ſint quæ ſonos ediderunt. Vt exempli gratia ſonus chordæ extenſæ nouem palmorum, ad portionem eiuſdem octo palmorum: & eodemmodo de aere in cantu, & in reliquis.

CONSONANTIA. Inter mirabilia naturæ, & quorum ratio non ſatis nobis eſt manifeſta, vnū eſt: quòd cū duo ſoni æquè graues videantur vnum, ſi tamen illorum alter in acuriem aſcendat reliquo inuariato, ſtatim grauiter offendunt auditum: quòd ſi pergat aſcendens, tandem eueniet vr conſonet cū priori, auditūq; demulceat. Si autem inde profectus adhuc aſcēdat, iterum aures offendit, donec ad aliud interuallum perueniat, in quo iterùm iocunde permiſceatur priori: & tandem ſæpius in ſuo aſcenſu audientes offendens, interualla certis limitibus determinata inueniat, in quibus cum ptiori & inuariato ſono ſuauiter, & quaſi vniformiter auribus incidat audientium.

DIATESSARON. Conſonantia ergo erit inter grauē & acutum ſonum quoties ſuauiter miſcentur. Et quoniam antiquotū autoritas & experientia, ſiue ex Pythagoricis malleis ſiue certe ex chordis & alijs inſtrumentis, quinq; præcipue interualla in quibus duo ſoni conſonantiam faciant, inuenit: de his quinq; tantummodo differunt. Eſt igitur diateſſaron tale interuallū, in quo graue ſit vt quatuor, acutum vero vt rria: & ſic eſt inter hæc proportio ſeſquitertia: eodemmodo de reliquis. Diapente. n. graue habet vt. 3. acutum vt duo: differunt autem hæ duæ conſonātiæ per tonum. i. ſeſquioctauam proportionem, atq; illę cōplent diapaſon. i. duplam proportionem: de cæteris patet.

DATA ÆQVALI. Hæc petitio ſenſui eſt manifeſta. Et quoniā (teſte Boetio) hic ſenſus in huiuſmodi multipliciter decipitur: rationi etiam conſonat. Quo. n. maior eſt chorda (in ęquali extenſione) grauius edit ſonū: cōueniēs igitur eſt, vt in eadē proportione ſonus acutiem acquitat, in qua chorda minuitur.

TOTVM AD SVAM. Hæc adeò ſenſui manifeſta eſt, vt nulla ratione negari poſsit.

Prima propoſitio.

Tonorum quotcunq; continuatorum proportionem in minimis numeris reperire.

In Arithmeticis proportionibus docebamus inuenire quotcunq; numeros in data proportione minimos. Inde habes (ſi volueris) duorum tonorum continuatorum proportionem in minimis numeris, quo pacto tres numeros in ſeſquioctaua proportione minimos inuenias: ducendo. 9. maiorem numerum in ſe & in. 8. &. 8. in ſe, fient. 81. 72. 64. tres minimi numeri in ſeſquioctaua proporrione: & inde habes, quòd proportio quæ componitur ex duobus tonis, eſt illa quæ eſt. 81. ad. 64. qui cum ſint numeri contra ſe primi, erunr minimi in ſua proportione. Eodem modo ſi quatuor numeros in eadem proportione cõtinuare volueris, duc. 9. in tres iam inuẽtos. ſ. 81. 72. 64. &. 8. in vltimum. ſ. 64. inuenies quatuor numetos. ſ. 729. 648. 576. 512. habenres ſe in eadem ſeſquioctaua proportione. Et quoniam (vt in eadem Arithmetica oſtenſum eſt) proportio extremorum conſurgit ex proportionibus intermediorum: habes inde quod proportio grauioris ad acuriorem horum, eſt vt proportio. 729. ad. 512. qui numeri contra ſe primi cum ſinr, minimi ſunt in ſua proportione. Eadem arte potes. 4. 5. 6. & plures ſi volueris ronos continuare: ducendo. 9. in omnes inuentos. &. 8. in vltimum eorum, conficies ex tribus, 4. ex. 4. quinq;: & ſic deinceps, vt in pręſenti figura conſpicere licet.

9. 8.
Duo toni. 81. 72. 64.
Tres toni. 729. 648. 579. 512.
Quatuor roni. 6561. 5832. 5184. 4608. 4099.
Quinq; toni. 59049. 52488. 46656. 41472. 36864. 32768.

Secunda propoſitio.

Interuallum duorum tonorum, minus eſt interuallo diateſſaron, parte toni quæ minor eſt eius medietate: vnde pars illa ſemitonium minus appellatur.

Proportionum additio & diuiſio præcipuè muſico negotio deſeruit: cum.n.(vt dictum eſt) interualla muſica ſecundum rationem numerorũ conſiderentur, & præcipua interualla.ſ.conſonantiæ, rationales proportiones habere dicantur, oportet omnem additionem & diuiſionem interuallorũ per rationales proportiones fieri. Diuiſio autem proportionum rationaliũ (ſi per rationales proportiones fiat) non poteſt eſſe in quotlibuerit proportiones: ſicur continua quantitas diuiditur in quotlibet æquales partes: ſed habent proportiones ſingulæ ſuas partes, in quas & non in alias diuidi poſſunt: quemadmodum & numeri ſuas habent ſignatas partes, in quas & non in alias diuiduntur. Vt binarius, qui diuiditur tantummodo in duas medietates: nec vllam habet aliam partem: & ternarius medietate carens, diuiditur in tres ſolummodo tertias: & ita reliqui.

Eodem modo de proportionibus dicendum eſt. Sunt.n.aliquæ proportiones quæ medietatem non habent.i. quæ non poſſunt diuidi in duas proportiones rationales ęquales: vt eſt dupla cum pleriſque ex multiplicibus: & ſunt omnes ſuperparticulares: de reliquis.n.nõ attinet ad præſens negotium. Inde eſt quòd neq; tonus, neq; diateſſaron, diapente vel diapaſon, habent medietatem: & ſic illorum diuiſio ſemper eſt in partes.i. in proportiones inæquales. Vnde tonus, cum interuallum ſit in ſuperparticulari proportione, diuidi non poteſt in duo ęqualia ſemitonia ac proinde diuiditur in duo inæqualia interualla. Sed quoniam in inæqualia diuerſis modis poſſit diuidi, quando quidem diuiditur in omnes proportiones ex quibus componitur (componitur autem ex proportionibus intermediorum, quæ poſſunt eſſe innumera) tamen ex tota ſeſquioctaua aſſumpta eſt pars illa, quæ cum duobus tonis complet ſeſquitertiam: & cum tribus ſeſquialteram: & inde cum quinq; tonis bis ſumpta compleat duplam proportionem. Portionem autem iſtam ideo ſemitonium minus appellant, quia minor proportio eſt quàm reliqua quæ cum illa complet tonum. Sunt.n.numeri inter quos cadit iſta propor tio minimi. 256. 243. inter quos proportio inter ſeſquidecimã octauam, & ſeſquidecimam nonam conſtituta eſt. Minimi autẽ termini ſemitonij maioris ſunt. 2187. &. 2048. qui etiam inter ſe primi ſunt, & ſic minimi in ſua proportione. Porportio autẽ iſta inter ſeſquidecimam quintam & ſeſquidecimam quartã conſiſtit: vnde maior eſt quam ſemitonium minus. Vt autem hæc omnia demonſtrentur ita eſſe, duobus tonis in minimis numeris iungatur ſemitonium minus: ſicut docebamus in arithmeticis proportionibus: ducto extremo maiori ſemitonij in extremum maius duorum cõiunctorum tonorum, & etiam minore extremo ſemitonij in minus duorũ tonorum. Sicut in præſenti figura numerus. c. multiplicatus per numerum. a. producit numerum. e. & numerus. d. multiplicatus per numerum. b, producit numerum. f. inter. e. autem & f. ſeſquitertia proportio eſt. Si enim a numero. e. auferas numerum. f. relinquitur numerus. g. tertia pars ipſius. f. Quod facile inuenies ſi per ternarium diuiſeris. f. erit: n. numorus quoties. g. Idem facilius probaueris, ſi ex ſeſquitertia proportiõe ſubduxeris duas ſeſquioctauas, relinquitur. n. idem ſemitonium minus, vt ſint. a. &. b. extrema ſeſquitertiæ. c. &. d. extrema duorum tonorum cõtinuatorum: ducto. a. in. d. fit. e. & ducto. c. in. b. fit. f. extrema eiuſdem minoris ſemitonij, quod erat demonſtrandum.

a. b.

81. 64.

256. 243.

c. d.

20736. 15552.

e. f.

20736.

15552.

5184.

21.

f. 15552.

g. 5184.

3333.

a. 4. 3 b.

c. 81. 64. d.

e. 256. 243. f.

a. 3. 2. b.

c. 729. 512. d.

e. 1536. 1454. f.

Quod ſi experiri libet: an etiam cum tribus tonis idem ſemitonium ſeſquialteram conficiat proportionem: aufer ex ſeſquialtera tres ſeſquioctauas proportiones, & inuenies eandem. Vt ſi ex numeris. a. &. b. extremis ſeſquialteræ proportionis, auferrre volueris extrema trium continuatorum tonorum. c. &. d. ex ductu. a. in. d. conficies. e. &, ex ductu. b. in. e, conficies. f. quæ etiam ſunt extrema ſemitonij: habent. n. ſe in ſeſcupla proportione ad minimos terminos ſemitonij: multiplicium autem

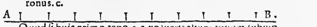
& ſub-

& ſubmultipliciũ eadem eſt proportio, vt patuit ex quinto geometrico Elemento.

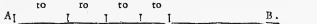
Tertia Propoſitio.

In data chorda tonum collocare: atq; eidem vnum vel plures quot libuerit adiungere.

Sit linea. a. b. chorda quæcunq; extenſa ſuper datum inſtrumentum, in qua ſit propoſitum inuenire interuallum toni: diuidam totum ſpatium extenſionis chordæ in. 9. partes æquales: & ſignabo vnam ex illis, & in termino illius partis aliquid apponã: quo cum voluero impediam ne tota chorda ſonet, ſed tantummodo. 8. ex. 9. partibus: dico quòd inueni interuallũ toni. Tota .n. chorda ad portionem. 8. partiũ ſe habet in ſeſquioctaua proportione: & ſicut proportio chordæ ad chordam, ita ſoni ad ſonum: ſonus igitur totius ad ſonum. 8, partium erit in ſeſquioctaua proportione & ſic tonus.



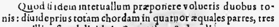
Quod ſi huic primo tono. a. c. volueris alium tonum ſubiungere: portionem illam. 8, partium diuide in. 9. æquales partes, & in termino prioris & immediatę poſt tonum appone ſignum, erit. n. eadem ratione interuallum toni inter prius ſignũ & iſtud ſecundo loco poſitum. Quod ſi tertium adiungere volueris in reliqua portione chordæ, eodem modo operare: diuidendo illam in. 9. partes æquales, & vnam illarum quæ immediata ſit tonis iam ſumptis aſſumendo, erit interuallum toni: & ſic poteris quot libuerit aſſumere: ſequens tamen interualli ſpatium ſemper minus eſt priori.



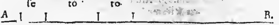
Quarta propoſitio.

Semitonium minus duobus tonis in data chorda præponere, poſt ponere, vel inter ponere.

Cape in data chorda per præcedentem duos continuatos tonos, qui cũ minus ſint quam ſeſquitertia proportio per interual lum ſemitonij: ſi totam chordam diuiſeris in quatuor partes æquales, & vnam illarum ſumpſeris in qua deſignatum erat interuallum duorum tonorum, inuenies interuallum ſemitonij interduos illos tonos: & punctũ illius quartæ portionis, vt in chorda.a.b interuallum.a.c. eſt tonus.c.d. etiam tonus, quarta autem pars totius chordæ eſt.a.e. vnde interuallum ſemitonij erit.d.e. poſtpoſitum duobus tonis.



Quod ſi idem interuallum præponere volueris duobus tonis: diuide prius totam chordam in quatuor æquales partes, tres autem illius ſimul diuide in.8.æquales, & de reliqua quarta parte accipe portionem æqualem vni ex.8.prædictis, & iterum cõpoſitũ ex.9 his partibus diuide in.8.æquales: & de reliquo prædictæ quartæ cape æqualem vni ex his octauis, nam duæ iſtę portiones ſic ſũptæ minus ſũt quàm prędicta quarta per idẽ ſemitonij ſpatiũ, vt in linea.a.b. tres illius quartæ.c.b.diuidãtur in.8.in quarta autem.a.c. pars.d.c. ſit æqualis vni illarum, & ſtatim tota.d.b. diuidatur in.8.æquales, vni autem illarum ſit ęqualis.e.d. manifeſtum eſt igitur quod.a.e. eſt interuallum ſiue ſpatium ſemitonij: & eſt in chorda præpoſitum duobus tonis.



Si autem liber interponere prædictũ interuallum interduos tonos: facile ex duabus prioribus operationibus patet quomodo fieri debeat. Diuide prius totam chordam in.9. æquales partes, & eandem in. 4. & in priori quarta cape vnam ex nouẽ partibus ſignato eius termino, habes alterum tonorum: tres autem alias quartas partes diuide in.8.æquales, & à termino trium illarum in priori quarta cape portionem æqualem vni ex. 8. prædictis, quæ erit etiam tonus: inter hos igitur duos tonos neceſſario relinquitur ſpatium interualli ſemitonij, vt ſupradictum eſt.

Quinta Propoſitio.

Conſonantias omnes in data chorda ordine collocare, vt ſenſu poßint experiri.

Non erit difficile ſpatium ſuper quod extenſa eſt chorda diuidete:taliter, vt ſi apponamus aliquid quod impediat ſonum partis chordæ quam voluerimus, efficiamus vt totius chordæ ſonus grauis ad ſignatæ partis acutiorem ſonum, interuallum conſonãtiæ habeat. Si.n. prædictum ſpatium in quatuor æquales partes diuiſerimus, atq; inde vnam aſſumamus: & in termino illius impediens apponatur: tota chorda ad tres eius partes quartas habet ſe in ſeſquitettia proportione. Et quoniam pet primam petitionem, quæ eſt proportio ſpatij ad ſpatium, eadem eſt & ſoni ad ſonum: & diateſſaron conſonantia cõſiſtit in ſeſquitertia proportione, erit ſonus totius chordæ ad ſonum portionis triũ quartarum, in eadem ſeſquitertia proportione & diateſſaron.

Si autem prædictum ſpatium in tres ęquales pattes diuiſeris, & intermino prioris tettiæ impediens appoſueris, erit propter eandem rationem, ſoni totius ad ſonum portionis duarum tertiarum ſeſquialtera proportio: & ideo diapente conſonantia.

Si autem totum ſpatium in duas æquas pattes diuidatur, proportio totius chordæ ad ſuam medietatem eſt dupla: atque adeò ſoni totius ad ſonum medietatis diapaſon conſonantia.

Si autem duas tertias aſſumpſeris, erit ſpatiũ totius ad ſpatiũ vnius tertiæ tripla: tres.n tertiæ ad vnam tertiam habent triplã: & cum tripla proportio componatur ex dupla cum ſeſquialtera, erit ſoni totius ad ſonum portionis tettiæ partis diapaſon cũ diapente: quæ conſonantia vt dictum eſt, conſiſtit in ttipla porportione.

Si autem ex toto ſpatio aſſumpſeris tres quartas partes, erit proportio totius ad vnam eius quartam quadrupla. Et quia quadrupla proporrio ex duabus duplis conſurgit, interuallum ſoni totius ad ſonum quartæ partis etit bis diapaſon. Conſiſtit. n. dis diapaſon (vt ſupra dictum eſt) in quadrupla propottione.

Sexta Propoſitio.

Differentias conſonantiarum ſic in chorda poſitarum inuenire.

Differunt conſonantiæ iſtæ, quoniam diapente excedit diateſſaron tono: eſt.n. ſeſquialtera maior ſeſquitertia per ſeſquioctauam. Diapaſon maior eſt quã diateſſaron per diapente: quia dupla ſeſquitertiam pet ſeſquialteram ſuperat. Diapaſon cum

BIBLIO SEVI

diapente excedit diateſſaron interuallo non conſono : ſiquidem bis diapente, & ſic bis ſeſquialtera,facit duplam ſeſquiquattam in taliautem proportionenuila eſt cõſonantia.Bis diapaſon excedit diateſſaron per diapaſon cum diapente.

Diapaſon excedit diapenteper diateſſarõ: diapaſon cum diapente, per diapaſon:dis diapaſon auté ſuperat diapente per diapaſon cum diateſſaton:quod interuallum licet ſuauiter ſonans ſit, tamen conſonantia non eſt. Addunt.n.in definitione conſonantiæ muſici:quod conſiſtat in proportione multiplici aut ſuperparriculari, quod hic non contingit:conficitur.n.ex dupla & ſeſquitertia,dupla ſuprabipartiẽs tertias. Qua etiam ratione ſeſquitonus.1.interuallum vnius toni cum ſemitonio minore, licet vnifotmem habeat ſonum, non tamen dicitur conſonantia.

Diapaſon ſuperatut à diapaſon cum diapente per diapente, vt patet:& a bis diapaſon per ſemetipſum.

Hinc patet, quod diuiſio chordæ ſiue ſpatij extenſionis eius, ferè ſemper fit per inęqualia: & quòd nulla conſonantia præter dis diapaſon, diuiſibilis eſt in duas proportiones æquales. Vt.n. ſuperius dicebamus, proportiones muſicæ ſequuntur potius cõditionem numerorum, quam quantitatis continuæ: & ſic licet intet duas datas lineas liceat ſempet inuenire medium proportionalem, vt ex.9.ſexti Eucl.dictum eſt, in geometricis:In numeris tamen raró inueniuntur, vt pote inter duos quadratos numeros (vt in Arithmeticis patuit) & in alijs nõ adeo multis : & ideo licet proportio quæcunque facilè diuidi poſsit in duas ptoportiones æquales , ſi quantitates inter quas ſunt proportiones illæ fuerint continuæ, tamen proportiones illæ raró erunt rationales.Irrationales autem proportiones quæ neq; numerum habere, neq; ad genera aliquot reduci poſſunt, ab arte ſunt meritò alienæ : vnde antiqui muſici videntur rationabilius in muſicis modulationibus, proportiones numerorum(quæ in artem facile rediguntur) conſideraſſe, quàm propottiones continuorum, quæ (vt dictum eſt) quandam habent diuerſitatum infinitatem difficilimè ad artem reducibilem.In intetuallis. n. ſonorum, quamuis(vt ſupetius dictum eſt)ſoni videantur habere rationem continui, & ſic interualla ſonorum : quemadmodum & ſpatia & partes chotdæ ſint diuiſibilia admodũ continuæ quãtitatis, congruentius tamen diuidentur diuiſione numerorum quàm continuorum : omne.n.continuum diuiſibile eſt,ſicut numeri: & nobilior diuiſio videtur illa,quæ vtriq; quantitati conuenit. Vnde cum muſica modulatio tam ſit ſecundum naturam, & natura ſemper quod melius eſt operetur, & maxime rationē ſequatur, & artem ex ſui imitatione perficiat: proportiones iſtę muſicarum conſonantiarum congruentius aſsignatæ ſunt rationales quam irrationales.

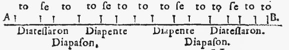
De melodiarum ſpeciebus.

Diatonicum genus melos eſt cuius partitio per ſemitoniū minus & duos tonos continuè procedit.

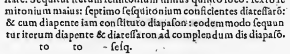
Chromaticum verò quod per duo inæqualia ſemitonia & trihemitonium conſcendit.

Enarmonicum autem quod per duas tetrarmerias ſiue dieſes & ditonum conſcendit.

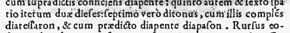
Ex diuerſo modo diuidendi ſpatium chordæ in inſtrumento, diuerſa genera melorum (vt ipſi dicunt) adinuenerunt antiqui: volunt.n.ſpatium chordæ in quolibet inſtrumento ita diuidere, vt in eo interualla inueniantur quinq; prædictarum conſonantiarū a tono ad dis diapaſon : quod.n.acutius ſonare poteſt, potius iudicarunt ſtridorem quam vocem. Diuerſitas autem talis diuiſionis eſt, vt ſpatium quod diuiditur ſecundum genus diatonicum, per ſemitonium minus & tonum & tonum, ad conficiendum proprium diapaſon diuidatur. Vt in ſequenti linea, primū.n.ſpatium eſt vnus, ſequitur ſemitonium, tertium tonus. Ita vt. a c.ad.a.b. ſit diateſſaron: ſequitur tonus ſemitonium: & duo toni vſq; ad. c. & ſic diapente: & cum diateſſaron primum diapaſon. Sequitur tonus ſemitonium, & duo toni vſq; ad. d. aliud diapente: vnde diapaſon cum diapente, tandem ſemitonium & duo toni conficientes diateſſaron & perficientes dis diapaſon. Et hæc diuiſio eſt quæ dicitur in genere diatonico.



In genere autem Chromatico diuiditur ſpatium ita, vt primo loco ſit tonus, ſecundo ſemitonium minus: tertio ſemitonium maius: quo.ſ.tonus ſuperat minus ſemitonium: quarto ſpatio ſit ſeſquitonus, conſtans ex tono & ſemitonio minore, qui & trihemitonium appellatur, quibus diapente conficitur. Si quidẽ tonus integer primo loco conſtitutus, atq; idem diuiſus ſecundo & tertio loco, cum ſeſquitono conficiunt interuallum trium tonorum cum ſemitonio minore: quibus dictum eſt diapente conſtare. Sequitur iterum ſemitonium minus quinto loco: ſexto ſemitonium maius: ſeptimo ſeſquitonium conficientes diateſſarõ: & cum diapente iam conſtituto diapaſon: eodem modo ſequuntur iterum diapente & diateſſaron ad complendum dis diapaſõ.



In genere autem enarmonico primum ſpatium eſt interuallum toni: ſecundum & tertium continent ſemitonium minus: diuiditur.n.ſpatium ſemitonij in duas partes æquales, quarum quęlibet appellatur dieſis, ſiue tetratmeria, ſiue diaſchiſma, quod interuallum non ſignatur in numeris, eſt.n.irrationalis proportio. Sequitur quarto loco ditonus ſpatium duorum tonorum, cum ſupradictis conficiens diapente: quinto autem & ſexto ſpatio iterum duæ dieſes: ſeptimo verò ditonus, cum illis complẽs diateſſaron, & cum prædicto diapente diapaſon. Rurſus eodem ordine ſequuntur ſpatia conficientia, diapente & diateſſaron, & ſic diapaſon.



Ex his manifeſtum eſt, in quolibet genere primum ſpatium eſſe tonum: & ad octauum ſonum, in termino.ſ. octaui ſpatij, conſonare diapaſon: & in termino quattuordecimi ſpatij quindecimam vocem ſiue quindecimum ſonum dis diapaſon conſonantiam terminare.

Ex hac diuerſitate diuiſionis ſpatij ſonorum atq; chordarũ, deprehenditur diuerſitas ſenſus auditus in diuerſis hominibus:

quando quidem alijs alio & diuerſo modo placet modulatio ſonorum. Aapparet etiam locupletiſsima abundantia muſicæ quę his omnibus ſatisfacere potuit: imò (ſi placet) inde poſſumus percipere, quàm ſit difficile omnibus placere, & ſatisfacere voce. Quod dixerim, quia plures noſtri temporis muſici inſtrumenta conficientes, & factis vtentes, non contenti his diuiſionibus, ſuas adinuenire ſtudent: & diuerſum ab omnibus antiquis ſentire: & ſuas inuentiones illorum inuentionibus præferre nõ dubitant: & iudicem appellant auditum, nec iniuria: muſicæ ſi quidem modulationis finis eſt, aures audientium de mulcere. Quorum ego iudex nec eſſe debeo: cùm non adeo in his verſatus ſim, vt meam interponam ſententiam, quæ aliquid ponderis habitura ſit. Nec ſi maxime id valerem, cum multis & doctiſsimis & exercitatiſsimis muſicis de autoritate contendere debeo. Tantummodo bona fide principia iſta breuiſſima ex antiquorum monumentis decerpta in gratiam eorum qui aliàs impeditiſsimi, & grauioribus addicti ſcientijs, hæc penitus ignorare noluerint, in medium proferre curaui: relinquens illis quibus tempus ſuppetit, & qui illa exactiùs noſſe deſiderant, plenius iudicium de his, & reliquis ad artem iſtam pertinentibus.

Muſices, & ſic iſtius Mathematici Compendii finis.

ARITHMETICA

PRAXIS.

Primùm oportet nomina nùmerorum, & naturalem eorum ſeriem didiciſſe: characteres etiam cuicunq; numero, eius valorem exprimentes congruè aſsignare. Characteres numerorum nouem tantum ſunt, eò quòd apud nos & complures etiam nationes vltra nouenarium numerum non progrediatur, ſed ſtatim ſequatur numerus alterius ordinis, & cum illo repetitis nouem, ad ſecundum eiuſdem ordinis, & ſic vſq; ad nouem eiuſdẽ pergatur. Quibus completis ad tertium ordinem, & ſic ad quartum, & deinceps ſine termino progrediatur.

Et licet diuerſi diuerſis characteribus gaudeant, nobis commodiores viſi ſunt nouem pluribus nationibus communes: nã addita cifra ſufficientiſsime per illos & facillimè operamur. Sũt autem illi huiuſmodi. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. & nullius valoris. 0. quæ adinuenta eſt ad ſupplendum in aliquo ordine characterẽ numeri.

Ordines verò numerorum quæ in infinitum progrediuntur, ſic habent. Primus ordo ab vnitate vſq; ad. 9. dicitur vnitatum, & eſt nobis vltima litera: prima verò Hebræis, Chaldæis, & Arabibus, qui oppoſito modo ſcribunt, & numeros colligũt. i. à dextra in ſiniſtram: & à minori numero incipiunt. Sequens litera eſt in ordine denariorũ: qui ſecundus eſt, & a. 10. ad. 90. progreditur. Tertius centenariorum eſt, & valent characteres. a. 100. in 900. Quartus milliaria eodem modo cõtinet. Quintus dena milliaria. Sextus centena milliaria. Septimus verò ordo millies milliaria continens, à nobis vulgo appellatur Quento. Et ſic per dena, centena & Milliaria progredimur (etiam nomina imponẽtes cum defuerint) quouſq; libuerit. Eſt tamen in hoc aduertẽdum, quod ordo debet vel maxime obſeruari: ne vel digitum pro articulo, vel articulum minoris ordinis pro articulo maioris ſumamus: vel econtra. Solemus. n. appellare digitum, numerum denario minorem: articulum verò illum, qui diuiſibilis eſt in decem æquales partes.

Additio.

Addere eſt, plures numeros in vnam ſummam colligere, i. numerum inuenire qui ęquiualeat omnibus numeris propoſitis. Fit autem hoc pacto, Scribe numeros quorum vis ſummam habere ſeruato ordine (vt ſupradictũ eſt) vnum ſub alio, quibus rite collocatis due ſubtus lineam rectam, & collige omnes numeros qui ſunt in primo illo ordine vnitarũ appellato, & numerum inde prouenientem: ſi digitus. i. denario minor fuerit, ſcribe ſub illo eodem primo ordine: ſi autem fuerit articulus denarius vel centenarius, ſerua illum pro ſequenti ordine: nam ad ſecundum vel tertium ordinem pertinet: ſi vero fuerit compoſitus ex digito & articulo, digitum in eo ordine appone: & articulum pro ſequenti ordine ſerua: & quemadmodum in iſtis primi ordinis numeris operatus es, operare in reliquis. Quòd ſi in vltimo ordine collegeris numerum, articulum illum in alio ordine debitè collocabis: quę omnia exercitio facillime conſequêris.

2.3.5.6.7.4.
5.6.2.0.3.1.
7.4.5.7.2.0.
6.3.0.1.5.9.| 3
2.1.7.3.5.8.4.| 3

Quod ſi experiri volueris vtrum bene fueris operatus, multipliciter id facere potes. Quod autem facillimum videtur eſt, vt ex omnibus illis numeris pro digitis reputatis auferas nouenarium quoties poteris, reſiduum ſerua, nam ex ſumma collecta, eodem modo ablato. 9. quoties poteris: idem relinquetur ſi bene operatus es. Non tamen ſequitur ſi idem ſuperſit ex ſubtractione. 9. prædicta: bene operatum eſſe. Vnde ſi vna ex prioribus numerorum lineis neglecta, reliquas colligas: & quod inde collegeris ſubtrahas à ſumma omnium prius collecta: oportet vt relinquatur numerus æqualis lineæ illi neglectæ: & iſte eſt modus experiendi an recte facta ſit additio certior, vt exẽplo patet. Si. n. quatuor præpoſitas lineas collegeris. a. b. c. d. conficies quintum. e. Quod ſi neglecta quarta. ſ. d. collegeris tres priores. a. b. c. conficies ſummam. f. quæ ablata a priore ſumma. e. relinquet:

2.3.5.6.7.4. A.
5.6.2.0.3.1. B.
7.4.5.7.2.0. C.
6.3.0.1.5.9. D.
2.1.7.3.5.8.4. E.
1.5.4.3.4.2.5. F.
6.3.0.1.5.9. D.

numerum. d. æqualem lineæ illi neglectæ.

Quod ſi plurimæ fuerint lineæ colligendæ, conſulam quod illuſtriſs. Cardinalis ſiliceus in ſua Arithmetica.ſ. vt ſemel aſcendendo colligas:& rurſus deſcendendo idem facias: raro.n. eueniet vt conſonent duæ operationes, niſi vtraq; bene collegerit.

Subtractio.

Subtrahere eſt numerum minorem ex maiore demere:& reſiduum aſsignare. Vt ſi quis accipiat aliquam ſummam diſpēſandam, diſtribuatq́; partem:cognóſcere vult quantū ſibi reſtat diſtribuendum. Dixi minorem ex maiore, quoniam neq; maiorē ex minore, neq; ęqualem ex æquali propriè dicimur ſubtrahere.

Diſpone igitur duos illos numeros ſecundum ordinem prædictum: ſuperius maiorem, & inferiùs minorem ſubtrahendū: ita vt digitus minoris ſub digito maioris, & articuli ſuo ordine diſponantur: & tunc à digitis incipiendo, aufer digitum minoris à digito maioris: & quod ſupereſt ſub linea nota ſuo charactere. Eodemmodo de primo articulo, & de reliquis dicendum eſt, donec venias ad maximum articulorum. Quod ſi aliquando digitus vel articulus minoris numeri fuerit æqualis ſuperiori, cum nihil ſit reſiduum: appones.o.literam nullius valoris ad ſupplendum locum & ordinem. Si autem contigerit aliquem digitum vel articulum inferioris maiorem eſſe quam qui ſupra ipſum eſt, tunc illum ſubtrahe ex.10.& reſiduum iunctum cū ſuperiori pone ſub linea pro reſiduo, & habes vnitatē articuli immediatè maioris, iungendum ſequenti articulo inferiori, vt ſubtrahantur ſimul ex ſuperiore. vt exemplo facile hæc omnia patebunt. Sit numerus .a. maior numerus a quo ſubtrahendus eſt numerus . b. minor, digitū numeri.b.ſcilicet. 2.ſubtrahe ex digito numeri. a. ſ. 4. remanet.2.ſub linea ponendus pro parte reſidui: ſimiliter articulum. 1.ex articulo.3.remanet iterum.2.ſuo ordine ponendus. Rurſus quoniam.9.maior eſt quā ſibi ſuprapoſitus. 4.abſtraho.9. a. 10. reſiduum.ſ.1.iungo.4.fit.5.pro reſiduo ſub linea collocandus.& quia denarium vnum ex illa additione vnitatis ad.4.ſoluiſti:iungo vnitatem ſequēti articulo.ſ.8.vt ſubtrahas.9.ex.7.quod quia impoſsibile eſt, iterum. 9. ſubtrahe ex.10. relinquitur itidē vni-

2.5.3.9.7. 4.3.4. A.
4.4.0.8.9.1.2. B.
2 0.9.8.8.5.2.2. C.

tas, adiungenda.7.vt pro reſiduo habeas.8.& pro ſequenti articulo habes vnitatem, quam (quia in ſequenti illo articulo nulla eſt litera ſignificatiua cui iungatur) ſubtrahe ex.9.reſiduum eſt. 8. Rurſus.4. ex.3. non poteſt ſubtrahi: vnde ex.10.auferri: & quod relinquitur (ſcilicet.6.) cum ternario ſuperiori debet ſub linea poni.ſ.9. Potes tamen quoties inferior eſt maior, addere ſuperiori denarium, vt ex compoſito inferior ſubtrahatur: vt in hoc loco quia.4.eſt maior.3.adde.10.fit.13.à quo ablato. 4. remanet idem.9. ſemper tamen ſequenti inferiori adde vnitatem (quoties hoc contigerit) vel à ſuperiori deme. Tandem vnitatem adde.4.efficies.5.æqualem ſuperiori & ſic pro reſiduo appones. 0. Vltimo quoniam pro.2.ſummæ maioris nihil in inferiore habes, idem.2 eſt reſiduum, & ita habes numerum.c.qui remanet ſubtracto.b.ex.a.

Pro examine autem operationis, iunge reſiduũ numero ſubtracto; ſi.n.recte operatus es, erit numerus qui colligitur æqualis numero ex quo ſubtractus eſt minor ille.

Multiplicatio.

Multiplicare eſt, ex ductu duorum numerorum tertium numerum producere, in quo toties ſit alter duorũ illorum, quoties in reliquo eſt vnitas. Vt ſi. 4.per.3.multiplicaueris efficies.12.in quo ternarius eſt quater, & quaternarius ter. Et licet duo illi numeri ex quorũ ductu producitur tertius, ſinguli indifferẽter poſſunt eſſe multiplicans & multiplicandus, tamẽ diſtinctionis gratia appelletur alter illorum in quo alius ducitur multiplicãdus, & qui ducitur in illo multiplicans. Modus autem operandi ſit iſte: Ponantur duo illi numeri ex quorum ductu producitur tertius, multiplicans ſub multiplicando, & quælibet litera ſignificans multiplicantis ducatur in ſingulas literas multiplicandi, quod inde prouenit ſub linea ordine apponatur, ita vt numerus ex digiti multiplicatione proueniens congruo ordine. 1.digitus ſub digito & articuli in ſuo ordine collocentur: & quod prouenit ex multiplicatione alicuius articuli ita diſponatur, vt ad locum ipſius articuli tanquam ſi eſſet digitus terminetur. Quod enim ex additione harum multiplicationum prouenit, eſt ille numerus qui quærebatur. Vt exẽplo, ſit multiplicãdus numerus a, multiplicans.6.duco.6.ſcilicet.4.in.5.prouenit.20.qui cum articulus ſit ſeruo duas vnitates iungendas numero qui producetur ex multiplicatione eiuſdem.4.multiplicantis per.2.multiplicandi,& ſub multiplicante.4.pono.0.& duco.4.in.2.fit.8. adiungo illi.2.ſeruatum fit 10. qui cum articulus ſit etiam, reſpectu ſecundę literæ multiplicãdi, ponetur.0.ſub 2 & in alio ordine articulorũ.1.& ſic erit.100.numerus.c.quæſitus,

2. 5. A.
4. B.
1 0 0.

In ſecundo exemplo ſit numerus.a.multiplicandus,&.b.multiplicans, duco.4.digitum multiplicantis in.8.priorem literam multiplicandi, producetur.32.cuius digitum ſuo loco appono.&.3.articulum ſeruo: duco iterum.4.in ſecundam multiplicantis fit.20. cui adiungo.3.ſeruatum fit.23.cuius.3.acſi digitus eſſet appono in loco primorum articulorũ,&.2.ſeruo pro ſequenti, tandem.4.in vltimam multiplicãdi duco, quæ cum ſit vnitas remanet.4.cui adiuncto.2.ſeruato fit.6.quem pono in loco articulorum ſecundi ordinis.ſ.centenariorum. Eodem modo cũ.3.ſecunda litera multiplicantis operandum eſt, appoſitis productis ordine congruo vt ſupra dictum eſt, addiriſq; duobus, prouenit.c.numerus productus ex multiplicatione. Duo præcipue inueniuntur in iſta ſpecie numerationis, quæ difficilem aliquo modo illam reddũt, & nondum ſaris exercitatos remorari poſſunt.

1 5 8. A.
3 4: B.
6 3 2.
4 7 4.
5 3 7 2. C.

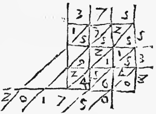
Quorum primũ eſt, non habere in promptu numerum quẽcũq; productũ ex ductu numerorũ. Pro quo impedimento auferendo, in hoc loco Arithmetici tabulam ſiue mẽſulam pythagoream appellatam, à tyronibus huius diſciplinæ ediſcendam, afferre ſolent: ea eſt huiuſmodi.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	1
	4.	6.	8.	10.	12.	14.	16.	18.	2
		9.	12.	15.	18.	21.	24.	27.	3
			16.	20.	24.	28.	32.	36.	4
				25.	30.	35.	40.	45.	5
					36.	42.	48.	54.	6
						49.	56.	63.	7
							64.	72.	8
								81.	9

Cum ergo multiplicando numeros omnes pro digitis repute mus, ſatis eſt ſi productũ ex quibuſcunq; digitis cognouerimus. Vnde ad inueniendum tale productum, ſume digitum multiplicandum in capite tabellæ, multiplicantem in latere vel econuerſo: in angulo.n. communi reperies productum quæſitum.

Et quoniam vſque ad ſenarium facile etiam rudiores quicũque inuenire poterunt productum: pro maioribus duobus digitis multiplicandis, eſto regula. Pone vnum illorum ſubaltero, & è regione cuiuſlibet eorum pone numerum per quod denari⁹ excedit illum, illos duos exceſſus multiplica, & quod prouenit ſerua. Iam verò exceſſum ſecundi illorum priorum numerorum aufer à primo, vel exceſſum primi a ſecundo (idem.n. eueniet) & habebis articulum iungendum producto ex exceſsibus, & ſerua to. Vt in exemplo, volo noſſe productum ex.8.in.7.ſub.8.pono. 7.e regione. 8.pono.2 quo 8.exceditur a denario è regione.7.ternarium, quo etiam a denario.7.exceditur, multiplico.3.
per,2,fit,6.ſub linea pro digito ponendus, & ex.8.aufe 8 2.
ro.3. vel ex.7.binarium, remanet.5. pro articulo vnde 7 3.
ſepties.8.fiunt.56.& eodem modo de alijs. 5 6.

Aliud quod remorari ſolet multiplicantes eſt, quòd cum ex ductu duorum numerorum producatur vt in plurimũ numerus compoſitus ex digito & articulo, ſubſcripto digito, dũ inueſtigare contendunt alterum productum, obliuiſcuntur articuli ſeruati: vnde plures adinuenerunt modos vtrunq;.ſ.articulũ & digitum ſubſcribendi, ex quibus tibi faciliorem trademus: is eſt huiuſmodi. Volo multiplicare,3.75.per.5.3.8. conſtruo figuram huic figuræ ſimilem: & alterũ numerorum in capite totius figuræ colloco, alterum in latere: & pro qualibet litera vtriuſque ſpatia quadrata in figura conficio, quę etiam diuido ſingulis diametris: iã duco in pręſenti figura ſuperiorem lateralis numeri, qui & maior eſt articulus in digitum multiplicãdi numeri in capite figuræ poſiti. & quo



niam quinquies quinq; facit.25. numerum compoſitum , inſcribe digitum ſub diametro quadrati ad vtrumq; numerum pertinẽtis. ſ. ad.5.multiplicantis.& ad.5.multiplicandi, articulũ autẽ ſupra einde diametrum intra quadratum, & hoc modo procede multiplicans per ſingulas literas,& producta inſcribẽs in quadrato communi multiplicanti & multiplicando, vt facile eſt videre in figura: Poſtea vero addendi ſunt numeri ſecundũ quod inter diametros inueniuntur , nam diametri continuatæ oſtendunt differentiam articulorũ, quod exercitio facillimũ,euadet.

Diuiſio.

Diuidere eſt numerum inuenire qui tota pars ſit diuidendi, quota eſt vnitas diuiſoris.Id eſt datis duobus numeris, quorum alterum diuidere volumus per reliquum, inuenire tertium numerum,per quem diuiſus ille qui diuidendus erat , æquas illius tot partes faciat,quod vnitates habet diuiſor. Diuidendus autẽ numerus dicitur ille, cuius partes cognoſcere volumus quantæ ſint: Diuiſor autem ille, qui partes numerat quot ſunt . Tertius autem numerus qui quoties appellatur , eſt qui partium magnitudinem oſtendit. Vt ſi.12 per. 4 .diuiſerimus , vt cõficiamus ternarium tunc.12.erat diuidendus. 4 .diuiſor,3.quoties. Nam ternarius tota pars(.ſ.quarta)eſt.12.diuidendi, quota vnitas quaternarij diuiſoris.

Diuidemus ergo numerum datum hoc pacto: diſponantur diuidendus & diuiſor, ita vt diuidendus ſit ſupra diuiſorem intercidente linea, vel ſi volueris inter illos relinque ſpatium pro numero quotiente inueniendo , prima tamen diuiſoris litera ſub prima diuidendi ſemper eſt collocanda,quamuis litera diuiſoris ſit ſuperioris ordinis articulus , dum tamen totus diuiſor minor vel æqualis ſit tot literis diuidẽdi numeri ex prioribus,quot ſunt in ipſo diuiſore : & quoties diuiſor cõtinetur in literis diuidẽdi quæ ſunt ſupra ipſum , notetur per numerũ, vel inter ipſos diuidẽdũ & diuiſorem,vel alibi ſi libuerit ſcribendum:numerus iſte quoties appellatus multiplicetur per totum diuiſorem : quod inde prouenit auferatur ex literis diuidendi ſupra diuiſorem conſtitutis. Quod ſi adhuc remanet in diuidendo maior numerus quã ſit diuiſor, diuiſor ipſe ſub remanentibus iterum deſcribatur:ita vt per vnicum locum literæ omnes diuiſoris. verſus digitũ diuidendi mutentur: & iterum redeat prior operatio: nec deſiſtẽdum quouſque ex toto diuidendo partem ſiue quotientem numerum inuenias. Quod ſi aliquando mutans diuiſorem, literas ſupra ipſum inuenias minus quam diuiſor valentes: loco partis appone.o.& iterum muta diuiſorem. Oportet.n.diuiſorem murare quęrendo partem, quouſque digitus diuiſoris ſit ſub digito diuidendi. Quod ſi aliquid completa operatione ſuperfuerit diuidẽdum (quod ſemper eſſe debet minus diuiſore) totum illud fractio appellatur, denominanda a diuiſore. Vt ſi numerum.573. per.5.diuidere vis, ſubſcribe.5.ſub prima diuiſoris: & quia ſemel continetur in illa, ſigna vnitatem pro parte ſiue quotienre: quæ multiplicata per ipſum diuiſorem, relinquit eundem.5. Dele ergo.5.diuidendi, & rurſus mutato diuiſorem ſub ſecũda diuidendi litera.ſ.7.& quoniam.5.ſemel tantũ cõtinetur in.7.ſume etiam vnitatem pro parte: & multiplicatam per.5.aufer ex.7.remanet.2. Rurſus mutato diuiſore ſub.3.vltima diuidendi, inueniſti ſupra ipſum.23.in quibus.5.continetur quater. Sumpto igitur.4.pro parte ſiue quotiente, multiplica ipſum per diuiſorem.5.fit.20.auferendus à.23.vnde remanet.3.qui cũ minor ſit diuiſore, erit partes ipſius diuiſoris.ſ.tres quintæ. Habes igitur.114. qui inter prædictos, diuidendum & diuiſorem, pro quotiente quæſito.

```
  2
5 7 3
-----
1 1 4
-----
5 5 5
```

Sume & aliud exemplum: ſit numerus diuidendus.7956.dioiſor autẽ.34.(quoniã diuiſor duas habet literas) ſubſcribe ipſum ſub duobus prioribus diuidendi numeri.ſ.7.&.9.& quoniam bis tantũ cõtinetur.34.in.79.noto.2.pro quotiẽte, quo multiplicato in diuiſorem fit.68.quẽ à.79.ſubtraho, remanent.11.ſupra deletos.79.ſcribendi: iam muto diuiſorem, vt.4.eius ſit ſub.5.diuidendi, ſupra diuiſorem ſunt.115.in quib⁹ diuiſor continetur rer, & ſic.3.pro quotiente notato multiplico ipſum in diuiſorem, fit.102.quem aufero ex.115 remanet.13. Muto iterũ diuiſorem, & digitus eius eſt ſub digito diuidẽdi: ſunt igitur ſupra diuiſorem.136.in quibus diuiſor continetur quater, & ideo.4.in quotiente appoſitum duco in diuiſorem.fit.136.æqualis diuidendo: quare in iſta operatione nihil relinquitur indiuiſum: numerus verò quoties eſt.234.

```
    2 1
1   1 3
7 9 5 6(234
-----------
3 4 4 4.
  3 3.
```

Quod ſi rertium voluetis exemplum: ſir diuidendus numerus. 2 7 1 8 7 5. diuiſor vero. 3 7 5. (quoniam rres literæ diuiſoris maiores ſunt tribus prioribus diuidendi) oporter diuiſorem ante operationem mutare, ira vt tertia diuiſoris ſit ſub quatta diuidendi: & quoniam tũc ſupra diuiſorem ſunt 2 7 1 8. continetur diuiſot in illis ſepties: vnde pars erit. 7. qui ductus in diuiſorem, producir 2625. quo ex ſuperiore ablato, remaner. 9. 3. & mutato diuiſore ſunt ſupra ipſum. 937. in quo diuiſor bis continetur, & ſic. 2. pro parte ſignaro & ducto in diuiſore, facit. 7 5. qui ex. 9 37. ablatus relinquit. 187. murato tandem diuiſote, itetum ſunt ſupra ipſum. 1875. in quibus diuiſor conrinetur quinquies præciſe: vnde. 5. eſt quories, & ductus in diuiſorem facit eundem numerum. 1875. qui ablatus ex ſuperiore nihil relinquit: eſt igitur quæſirus numerus quoties. 725.

```
  18
  93
271875 (725
375.5.5.
 377.
  3.
```

Examen multiplicationis eſt diuiſio, diuiſionis autem multiplicatio. Habes. n. ex ſpeculatiua arithmerica: ſi numerus aliquis alium multiplicet, atq; idem productum diuidat, redite mulriplicarũ: vnde e conuerſo ſi numetus numerum diuidat, idemq; ducatur in quotiente redibit diuidendus. Item multiplicando & diuidendo fir reductio diuerſi valoris nummorum: ſi. n. maioris valoris numos ad minores reducere volueris, mulriplica valorem vnius maiorum per numerum illorum maiorum, producetur numerus minorum quæſitus, vt ſi volueris reducere. 1 58. regales argenteos numos hiſpanos ad marauedinos minura numiſmata hiſpana, duc. 34. valorẽ vnius argẽtei in numerũ 158. numorum argenteorum, fit. 5372. valot. ſ. illorum. 158. argenreorum regalium: vr habes in ſecundo exemplo multiplicationis. Eodemmodo in tertio exemplo multiplicationis habes reductionẽ auteorum ducatorum: duximus, n. 538. per. 375. valorem vnius ducari, vnde productus. ſ. 101750. eſt valor. 538. ducatorum.

Si autem numos minoris valoris ad numos maioris valotis reducere vis: diuide ſummã minorum per valorem vnius maioris: & quoties etir ſumma talium maiorum numorum. Vr in ſecundo exemplo diuiſionis ſummam. 7 9 5 6. diuiſi per. 34. valorem vniu ſargenrei regalis: pro quoriente habui. 234. numerum argẽteorum æquiualentium prædictæ ſummæ. Et in tertio exemplo

diuiſi.

diuiſi.271875.per valorem vnius ducati aurei, inueni.725.numerum ducatorum æquiualentium eidem ſummæ.

Trium numerorum Regula.

Quãuis radicũ quadrararũ & cubicarũ inuẽtio (vt pote ſpecies diuiſionis) hunc locum poſtulare videbatur, quoniam tamen neceſſe eſt vt arithmetici exerceantur in diuiſione & multiplicatione, prius hanc afferre viſum eſt regulam, quæ docet inueſtigare quartũ proportionalem numerũ datis tribus alijs: quoniam hæc vtiliſsima cùm ſit, per multiplicationẽ & diuiſionem procedit. Datis igitur duobus numeris in aliqua proportione, & dato tertio numero, ſi inuenire volueris quartũ proportionalẽ .i. qui ſe habeat ad tertium ſicut ſecundus ad primũ, multiplicatis ſecundo & tertio ſi productus diuidatur per primũ, pars ſiue quoties numerus ex diuiſione conſurgens, eſt quartus qui quærebatur. Vt.n.in.7. propoſitione ſecundæ partis arithmeticæ dictum eſt, datis.4. proportionalibus numeris, qui fit ex ductu ſecundi in tertium, eſt æqualis illi qui ex ductu primi in quartum. Cùm ergo ex multiplicatione ſecundi in tertium, habeamus numerũ qui produceretur ex primo cognito in quartũ incognitũ: diuiſo numero illo per primum, quoties erit quartus. Vt.n.ſepe dictum eſt) ſi numerus numerum multiplicet, & productum diuidat, conficiet multiplicatum.

Modus verò operationis eſt: Vt primus numerus qui & diuiſor eſt, & ſemper eiuſdem ſpeciei & rationis cum tertio, ponatur in primo loco: ſecundus autem (cuius ad primũ proportio nota eſt) ſit in ſecundo loco: tertius verò (cuius comes in data proportione quæritur) ſit in tertio loco: vt ſi ſic inquiras. Alicui debebatur pro mercede vnius anni decem M. quota pars debetur pro ſeptẽ menſibus? Reduc primũ.ſ. annum ad mẽſes, & ſic.12. menſes eſt primus numerus, qui ad decẽ M. ſe habet in proportione aliqua: & ſic decem M. eſt ſecundus: ſeptem verò mẽſes eſt tertius numerus. Quæritur quis numerus ſe habet ad.7. ſicut.10000.ad 12. diſpono igitur tres prædictos numeros vt dictũ eſt.12.10000.7.duco.7. in.10000. fit 70000. qui diuiſus per.12. habet pro parte. 5833.ſ. numerũ quæſitũ: in eadẽ. n. $\frac{4}{12}$

```
12.     10000.    7.
        ______
            7.
        ______
        70000.
        ______
         14444.
        70000.    4
        ______
          (5833
      12.2.2.2.   12
         1 1 1.
```

P

proportione ſe habet.12.ad decem M.in qua.7.ad.5833. $\frac{4}{12}$

Complura exempla quę hic facilè adduci poſſunt relinquimus omnia.n.eodem modo procedunt, ſi rectè cognoueris qui ſunt termini qui debent multiplicari, & quis diuiſor : in hoc.n. ſolet eſſe aliqua difficultas. Et primo communiter inter mercatores, qui plures conuenire ſolent & pecuniam conferunt, vt proportione cuiuſq; pecuniæ lucrum de negotiatione accipiant. In hoc caſu tota pecunia ſimul gerit vicem primi numeri, & ſic diuiſoris: totum lucrum eſt ſecūdus numerus: pro tertio autem debet ſumi illa pars, quam attulit ille cuius portionem lucri ſcire cupimus quanta ſit.

Vt exemplo: nauis onuſta mercibus appulit portui; quas cum vnus mercator non poſſet emere, conuenit cum alijs duobus vt omnes ſimul merces emerent, & quod de illis lucrum proueniret diuiderent ſecundum portionem cuiuſq; pecuniæ: itaq; vnus attulit.2500.alter.19000, tertius.3600.omnes ſimul. 8000. poſt annum lucrati ſunt ex illis mercibus. 1450.cum ergo quęris quātum ex prędicto lucro debeat quilibet illorum habere, fac primū & diuiſorem numerum.8000. ſecundum ve- 2500. rò.1450.tertium vnum ex tribꝰ allatis: quod 80000.1450.1900. .ſ.ille cuius partem cognoſcere vis attulit. Vt 3600. volo noſſe quantum debetur illi qui attulit. 2500. ſit tertius numerus.2500.qui multiplicatus per ſecundum.ſ. 1450. producit. 3625000. quæ ſumma.diuiſa per primum.ſ. 8000. conficit. 453. $\frac{1}{8}$ partē.ſ.illius qui.2500.adduxerat. Sunt.n.8000.ad.1450.ſicut.2500.ad.453.cum vna octaua vnius : eodem modo multiplica. 1900. per totum locrum.ſ.2450.reperies. 2755000. qui diuiſus per. 8000. conficit. 344. cum tribus octauis : pars.ſ.illius qui.1900. attulit. Terrio multiplica. 3600. quod vltimus attulit per idem lucrum. 1450. producitur. 5220000. qui diuiſus per eundem primum & diuiſorem conficiet. 652.cum quatuor octauis, reſiduum totius lucri: & hoc modo operaberis in omnibus ſimilibus.

Addunt in hoc loco arithmetici modum inueniendi diuiſorē, quando contigerit prædictos mercatores qui ſocietatem inierūt, non æquali tempore pecuniam ſuam habuiſſe negotio expoſitā : tunc n.aliter & diuiſorem & ſecundum numerum qui multiplicandus eſt cum lucro, venari oportet. Vt ſi in exemplo ſuperiori ille qui attulerat.3600.voluit auferre.1000.per aliquot menſes ante diuiſionem lucri:tunc.n.minus lucrari debet, quàm ſi toto tempore habuiſſet totam pecuniã expoſitã: vnde tunc pro parte pecuniæ adductæ vniuſcuiuſq;, multiplicetur tempus quo habuit expoſitam pecuniam, per numerũ pecuniæ quam habuit illo tempore, & reliquam per reliquum tempus: quod ſi pluries etiam ille variauit ſummam pecuniæ, plures multiplicationes huiuſmodi fiant: quod inde prouenerit, ſit pars iſtius: pro tertio numero, & pro reliquis eodem modo fiat multiplicatio vel multiplicationes: & tunc demum addito quod ex omnibus multiplicationibus prouenerit, illud eſt primus numerus qui & diuiſor: lucrum autem ſemper erit ſecundus numerus: pro tertio autem vnicuiq; illorum cuius partem quærimus, multiplicationũ productum adducemus, & operabimur vt ſupra.

Notandum tamen quod aliquando contingit, quòd quò maior eſt aliquis numerus horum, diminuit reliquum: & quo minor auget reliquum.ſ.comitem vel extremum proportionis. vt ſolet adduci exemplum de obſeſsis & frumento: quò.n. plures fuerint obſeſsi, minus erit tempus quo ali poſſunt frumento, & alijs cibis ſeruatis. Item eſt exemplum de trimodio (vulgo fanega) tritici, ſupppoſito quod binæ libræ (pondus vulgatum panis) vendantur eodem pretio. & vnciæ ponderis panis proportione valoris trimodij debeant variari. Pro his & ſimilibus, quoniam videtur euerſa proportio, debet eſſe & euerſa operatio.ſ. quod primus & ſecundus numerus multiplicentur ad inuicem: tertius autem ſit diuiſor.

Exemplo; ſint obſeſſa.5000.hominum, victum habent ſufficientem pro nouem menſibus, non tamen ſperant vſque ad.15. menſem: ab obſidione liberari, volunt noſſe, quot ali poſſunt illis.15.menſibus frumento illo:quo.n.plures ſunt menſes pauciores poſſunt ali milites. Multiplica ergo quinque.M.per.9.habebis.45000,quæ diuiſa per.15.relinquunt.3000.tot milites ali poſſunt.15.menſibus. Iſte modus operandi ſolet appellari regula trium euerſa. Sunt permulta, quæ per iſtam trium numerorum regulam adinueniri poſſunt: vnde meritò Geber acutiſsimus aſtrologus, Ioannes etiam de Mõteregio inſignis Mathematicus; omnia quæcunq; Ptolemæus per illam ſex proportionum regulam demonſtrat, ad hanc reducere curarunt.

Falſi.

Sed & regulam falſi appellatam ad hanc etiam reducere conati ſunt quidam, nec ineptè vt ſtatim videbimus: eſt, n. hęc regula falſi modus quidam inueniendi numerum aliquem ignotum per alium vel alios notos. Vt ſi inquiras quãtus ſit numerus, quo aliquis emere volens pullos, ſi pro ſingulis ſoluat. 51. remaneret ſibi. 68. ſi autem pro ſingulis. 68. ſolueret, deficeret illi. 136. Ignoro numerum pecuniæ quam afferebat ipſe, & numerum pullorum quos emere voluit, quos per hanc falſi regulam inuenire potero, vt ſtatim patebit.

Item ſunt tres ſocij habentes ſinguli numerum quempiam pecuniæ nobis ignotum, ſumma vero omnium ſit nota: nouerimus tamen ſecundum habere triplum illo quod habet primus: & plus. 3. tertium verò habere quantum primus & ſecundus, & plus. 5. totum autem eſt. 67. Hæ quæſtiones & permultæ aliæ per hanc falſi regulam abſoluuntur: quę ideò falſi nomen haber, quia ſupponimus numerum quempiam eſſe talem qualis ille qui quæritur, qui vt in plurimum non eſt talis: at mediante illo & quod deeſt vel ſuperabundat, deuenimus in notitiam quæſiti.

Modus operandi in primo exemplo eſt, vt quæras quis numerus multiplicatus per. 51. & producto additis. 68. eſt æqualis illi qui multiplicatus per. 68. & ablatis ex producto. 136. remanent æquales producti: pone ad libitum & dic eſſe. 8. is per. 51. multiplicatus producit. 408. cui ſi addas. 68. fit. 476. Idem autem. 8. multiplicatus per. 68. facit. 544. a quo ſi auferas. 136. remanent, 408. At deberent eſſe. 476. vt eſſet æqualis primo producto cũ ſuo addito, non erat ergo. 8. numerus quæſitus: deeſt. n. 68. ex multiplicatione ſecunda ablatis qui erant auferendi. Vnde poſitionem illam numeri. 8. ſigno, & ſub ipſo appono. 68. cũ ſigno minus, quia minus habui in operatione: & ſumam alium nume-
rum pro libito maiorem uel minorem, vt puta. 9. qui 8. 9.
ductus in. 51. facit. 459. & cum. 68. 527. ducam eũdem mi mi
9. in. 68. fit. 612. aufero. 136. manet. 476. qui adhuc in 68. 51.
æqualis eſt priori, & minor illo: per. 51. noto eodem modo. 9. &.
51. ſicut prius cũ noto minus. Tunc quia vtrobiq; 204.
inueni minus, auferam minorem differentiam 408 612
a maiori. ſ. 51. a. 68. manet. 17. Et primam poſitio 8. 9.

nem.ſ.8.ducam in ſecundam differentiam.ſ.51.ſecundam autem poſitionem.9. duco in primam differentiã.68.ex priori producitur. 408. ex ſecunda.612. auferam minorem de minore remanet.204. diuidendus per.17. differentiam duarum differentiarũ, ex qua diuiſione fit. 12. numer⁹ quæſitus: iſte.n.eſt numerus pullorum quos emere habebat ille cuius pecuniam ignorabamus: qui ductus per. 51. & additis. 68. producit.680. cui æqualis eſt, qui fit ex ductu. 12. per. 68. ſi inde auferas, 136. habebat igitur.680.

mi	mi
68.	51.
17.	

Eſt notandum, quòd ſi operantes inueniamus differentias in vtraq; operatione minores.ſ.quod inueniamus minus quam poſitum erat, vt in prædicto exemplo: vel in vtraque maiores: tunc ſemper minor a maiori aufertur ad habendum diuiſorem: & ex duobus productis ex multiplicationibus poſitionum in differentijs, minus productum aufertur a maiori pro numeri diuidẽdi inuentione. Si autem in vna operatione differentia minor eſt, & in altera maior, tunc adduntur differentiæ pro diuiſore, & duo producti pro diuidendo. Vt ſi in prædicto exemplo cum ſecũdo loco ſumpſi nouem ſumpſiſſem.15.ex ductu.51.in.15. cũ. 68.fit. 833. ex ductu autem.15.in.68.ablatis ex producto.136. remanent.884 qui maior numerus eſt quam.833.vnde differentia debet apponi cum titulo plus, & additis duabus differentijs fit.119. diuiſor: additis autem duobus productis.ſ. 408. & 1020.fit.1428.diuidendus per. 119. diuiſorem, vt maneat. 12. qui erat numerus quæſitus vt dictum eſt.

1428.	
408.	1020.
8.	15.
mi	p̃.
68.	51.
119.	

In ſecundo exemplo, pone primum habere.5.ſecundus haberet.18.tertius.28.omnes ſimul.51.deberent autem eſſe.67. vnde differentia eſt.16. & minor ponenda cum titulo, mi: & quia non euenit quæſitus, pono.8.ſecundo loco pro primo: haberet ſecundus.27.tertius autem.40.omnes ſimul.75.deberent autem eſſe.67.vnde differentia eſt maior & ſic titulus plus. Eſt autem differentia.8.addenda priori.ſ.16.& ſic 24.diuiſor: producti autem primæ poſitionis per differentiam ſecundam.40.ſecũdæ per primam.128. additi faciũt 168.qui diuiſus per.24.facit partem ſiue quotientẽ. 7.qui quærebatur: tantum.n.habebat primus.

168.	
40.	128.
5.	8.
mi.	pl.
16.	8.
24.	

Ad habendam autem demonſtrationem & veritatem eorum quæ dicta ſunt, arithmetici practici in his queſtionibus diſſoluēdis adiutorio quatuor proportionalium numerorum vtuntur. Nam cū in operatione cum altera ſuppoſitione inueniſti plus, & cum reliqua minus: coniunctum ex erroribus ad primū errorem ſe habet in tali proportione, in quali differentia poſitionum ad diſtantiam inter priorem poſitionem & quæſitum numerum. Vt in proximo exemplo: coniunctum errorum. ſ.24. ad primū errorem. ſ,16. ſe habet vt.3, differentia poſitionum ad.2. diſtantiā prioris poſitionis. ſ.5. ad.7. quæſitum numerum.

Cùm autem in vtraque poſitione inuenitur plus, vel in vtraque minus: tunc ſicut differentia erroris ad minorem errorē, ſic differentia poſitionum ad diſtantiam inter propinquiorem poſitionem & quæſitum numerum. Vt in priori exemplo, differētia errorum. ſ.17. ad minorem errorē. ſ.51, ſe habet in ſubtripla proportione: in qua etiam ſe habet differentia poſitionum. ſ. vnitas ad diſtantiam propinquioris poſitionis. ſ.9. ad veritatem quæſitam. ſ.12. quæ differentia eſt ternarius ad quem vnitas ſe habet in ſubtripla. Ac proinde cum his differentijs per prædictam regulam trium poſſes abſoluere quæſtiones ſine multiplicationibus: imò ex prædictis proportionibus adiuuante prima proportione ſecūdi elementorum, demonſtratur veritas operationis quæ per multiplicationem procedit, vt dictum eſt.

Radicum extractio.

Conſiderantur numeri, vt in arithmetica ſpeculatrice viſum eſt, tanquam ſi eſſent figurę quædam tam planæ & ſuperficiales, quàm etiā ſolidæ: de quibus multories neceſſe eſt inquirere, vel ſuperficies vel latera vel aliquid huiuſmodi quantum ſit: & hoc præcipuè contingit in numeris quadratis & cubicis, propter dimenſiones planorum & diſtantiarum ac aliarum rerum. Vnde cùm aliquando ex latere figuram, aliquando èconuerſo ex figura latera inquiramus; quod in his difficultatem & vtilitatem habet, præcipuè eſt inuentio laterum quadrati, & cubici numeri. Latera autem iſtorum radices vulgo appellantur, de quarum inuentione ſiue extractione ats quædam arithmeticè traditur, quæ eſt huiuſmodi.

Inquiritur dato quouis numero, cuiꝰ numerus ſit eiꝰ radix quadrata: quod idē eſt acſi inquiras, quis numerus in ſe ipſū multiplicatus ꝓducit talē numerū (quadrati.n. numeri cōſurgunt ex multiplicatione numeri alicuius in ſcipſum. vt. 4. conſurgit ex multiplicatione. 2. in ſeipſum: &. 9. ex multiplicatione. 3. in ſe ipſū) cubici verò fiunt ex multiplicatione numeri ſemel in ſeipſum & itetum in productum. vt. 8. fit ex multiplicatione. 2. in ſe ſemel, & iterum in. 4. productum: bis.n. duo faciunt. 4. &. bis. 4. faciunt. 8. Numeri autem ex quorum multiplicatione producuntur, appellantut eorum radices ſiue latera: quadratæ, ſi conſurgant ex ſimplici multiplicatione: cubicæ, ſi ex duplici.

Et quamuis quilibet nnmerus poſsit eſſe. R. tam quadrati quam cubi (nam quilibet poteſt multiplicati in ſe & in productum) non tamen omnes ſunt quadtati vel cubi: tari.n. ſunt quadrati, & ratiotes cubi vt patet. vnde inter duos quadratos muli numeri intercipiūtur: numeti anté qui quadtati non ſunt. R. nō habent ptoptie & præciſe, licet fingantut pro regulis quæ appellantur Algebra. Vnde vꝫ plurimum cum. R. inuenire cupimus, non inuenimus. R. quæſiti numeri, cùm illam ille nō habeat: ſed inuenimus. R. numeri quadrati, maximi ex his qui in tali numero continentur. Vt ſi quæretemus. R. 120. quia ille non eſt quadratus, inueniemꝰ. 10. R. 100. qui maximus numerus eſt quadratorū in. 120 contētorū: & in. R. cubicis à fortiori: plures.n. numeri intetcipiuntur inter duos numetos cubos immediatos, quā inter duos immediatos quadratos æqualium. R.

Cùm ergo alicuius numeri quadrati volueris inuenire. R. vel maximi quadtati in aliquo numero contenti: ſcribe numetum & charactetes numeti ſigna binos, incipiendo à digito: ita vt interduas ſignatas vna relinquatur ſine ſigno: nam tot charactetes pro. R. inquirere debes, quot ſignatos in ſumma habes. Vt in præſenti exemplo vides, in quo quatuor ſunt ſignati charactetes, incipiendo a. 5. digito.

```
          1.
          2.
     2.   3.   6.
1.   6.   4.   1.  .7.
2.8. 0.5. 6. 2. 5. (1675.
___________________
   2.     2.      4.
       5  3   3.
```

Tunc pro vltimo ſignato. ſ. 2. in

quire digitum, qui in ſe multiplicatus conficiat æqualem vel proximo minorem ſignato, quem pro radice ſerua, & quadratum illius ſubtrahe ex litera ſignata reſiduo ſuper cãcellatam poſito, vt in diuiſione: eſt autẽ digitus in hac operatione vnitas, qui in ſe ductus ſeipſum producit: & ex binario ſubtractus relinquit vnitatem ſupra cancellatum .2. ponendam. Tunc digitus ille inuentus duplari debet: & duplatum ſubſequenti litera non ſignata poni: & tunc quęrendus eſt digitus qui ductus in duplatũ, quod ſupra ipſum eſt & poſt ipſum, vel quam maximam poteſt partẽ exhauriat: & ductus in ſe, quod ſupra ſequentem ſignatum, & poſt ipſum, vel quam maximam eius partem etiam exhauriat: talis erit .6. qui ductus in .2. producit .12. qui ſubtractus ex .18. relinquit .6. & iterum .6. ductus in ſeipſum producit .36. qui ex .60. ſupra literam ſignatam exiſtente ſubtractus, relinquit ſupra ſignatum .24. Et tunc dupletur .16. numerus qui pro .R. inuentus eſt, fit .32. cuius digitus ponẽdus eſt ſub nõ ſignata litera ſequenti .ſ. 5. articulus autem retro in ſuo ordine: & iterum inquirẽdus eſt digitus, qui ductus in duplatum (quod eſt ſupra illud: & ductus in ſe, quod ſupra ſignatam ſequentem literam deleat, vel quam maximam poteſt partem: talis eſt .7. qui ductus in maiorem duplati .ſ. 3. facit .21. qui ſubtractus ex .24. ſupra .3. exiſtẽte relinquit 3. & iterum .7. ductus in .2. ſecundam literam duplicati facit. 14. qui ex .35. ſupra illum .2. relinquit .21. & tandem .7. in ſe ductus facit. 49. qui ex .216. ſupra ſignatum exiſtente relinquit .167. tunc iterum duplandæ ſunt tres literæ radicis, & faciunt. 334. cuius digitus ponatur (vt ſupradictum eſt) ſub litera non ſignata & articuli in ſuo ordine, & tandem quærẽdus eſt iterum digitus, qui ductus in duplatum deleat quod ſuper duplatum: & in ſeipſum, quod ſupra ſignatum: eo modo quo ſupra factum eſt: talis eſt. 5. Et in hoc exemplo nihil relinquitur: nã numerus. 2805625. quadratus eſt, & eius. R. 1675. quæ hoc modo inuenta eſt.

In ſecundo exemplo ex numero. 178965. eodem modo proceditur: nam pro maiori articulo ſignato ſ. 7. inquirendus fuit digitus, qui in ſe ductus produceret æqualem, vel proximo minorem compoſito ex ſignato & qui ante illum erat nõ ſignatus: talis fuit. 4. qui in ſe ductus produxit. 16. qui ex. 17. relinquit vnitatem: duplatoq; quaternario & ſuo loco poſito, inuenimus. 2. qui in duplato. ſ. 8. ex. 18. & in ſe ductus ex. 9. reliquit. 5. & iterũ

duplatis.

duplatis. 42. appoſuimus ſuis locis. 84. &. 3, inuenimus, qui in. 84. ductus & tãdem in ſeipſum, relinquit. 36. (non. n. numerus prius ſumptus erat quadrat⁹: vnde nec inuenta. R. ſ. 423. eſt. R. illius, tamẽ. R. eſt maximi quadrati in illo numero contenti. ſ. 178929. Quæ remanent autem fractiones ſunt, quarum denominatorem ſi noſſe cupis, dupla radicem inuentam, & duplato adde vnitatem: & habebis denominatorem fractionum. Vt in iſto exemplo, duplatã R. 423. fit, 846. denominator fractionum, erit itaq;. R. 423. cum 36. octingẽteſimis quadrageſimis ſextis, fere: nã numeri nõ quadrati qui & ſurdi nec in ſe neq; in fractionibus poſſunt habere omnino præciſam radicem: ſatis eſt habere quam proximam. Demonſtrationem autem iſtius operationis facile habes, ſi meminiſti ex. 4. ſecundi Eucl. quadratum lineę in duabus partibus diuiſæ componi ex duobus quadratis partium, & duobus parallelogrammis ex partibus: & cùm compoſita reſoluantur in componentibus, ſicut ad componendum quadratũ ex duobus numeris 3. & 4. ſumeremus ter tria: & quater quatuor: & bis ter quatuor: & ita conficeremus. 49. quadratũ. 7. ita diſſoluendo prius accipimus. R. quadratam primi ſignati: & ideo illam duplamus, vt per R. ſecundi ſignati in duplatum ductam auferamus duo illa parallelogramma, quæ ex duabus partibus totius lateris erant cũ quadratis partium coponentia totum quadratum.

```
   1   3
  1 2 5 4 6
1 7 8 9 6 5 (423
  I     I     I
    8.    4.
       8.
```

Pro cubicarum autem. R. inuentione, nota numerum cuius R. inuenire volueris: & ex characteribus ſigna à digito duobus intermiſsis quartũ quẽque: quot. n. ſignati fuerint, tot erũt literæ in R. Iã verò pro initio operationis, inquire digitũ qui in ſe cubice ductus deleat quod eſt vſq; ad primum ſignatum characterem, vel quam maximã partem fieri poteſt. Vt in præſenti exẽplo pro primis duabus literis. ſ. 98. inueni. 4. qui in ſe cubice ductus facit, 64. hunc ex. 98. ſubtraho, manet ſupra illud. 34. Quaternarius autem R. inuẽta debet triplari, & triplũ ſub ſumma ita diſponi, vt digitus ſit ſub litera immediate ante ſequentem ſignatam & articuli in ſuo ordine: &

```
  1 2 7
3 4 4 9 5 2.
9 8 6 1 1 3 2 8(462
  I     I     I
  1 2. 1 3 8.
```

tunc inquirendus eſt alius digitus, qui ſimul cum priori in triplatum ductus & per ſe in productum, deleat de numero qui eſt ſupra triplatum quam maximam partem fieri poſſit: & in ſe cubice ductus de numero ſupra ſignatum quam maximam poteſt partem, vel totum. in præſenti exemplo talis digitus eſt ſenarius: igitur. 46. in. 12. ductus producit. 552. in quē. 6. ipſe ductus. 3312. qui ex. 3461. ſupra triplatum exiſtente ſubtractus, relinquit. 139. ſupra triplatum: tunc demum. 6. in ſe cubice ductus producit 216. qui ex. 1491. ſupra ſignatum exiſtente ſubtractus relinquit ſupra ipſum: 1275. Rurſus eadem redit operatio, nam. 46. pro R. inuentus triplari debet, & triplatum (vt ſupradictum eſt) diſponendum eſt, & iterum inquirendus digitus, qui cum ſuperiobus in triplatum ductus & per ſe in productum, deleat quod eſt ſupra triplatum: & in ſe cubice ductus, quod ſupra ſignatum. Talis digitus in præſenti exemplo eſt. 2. nam. 462. in. 138. triplatum ductus producit. 63756 in quo. 2. ductus facit. 127512. qui ſubtractus ex. 127532, ſupra triplatum exiſtente relinquit, 20. & tandem in ſe cubicè ductus. 2. facit. 8. qui quoniã ęqualis eſt characteri ſignato illũ delet: vnde. R. maximi numeri cubici in propoſito numero contenti erit. 462. remanet. n. 20. per quem excedit propoſitus numerus maximum cubicum in eo contẽtũ.

Demonſtratio iſtius operationis non diſſimilis eſt demonſtrationi. R. quadratarum: componitur. n. cubus alicuius numeri in duabus partibus diuiſi, ex duobus cubis partium, & ex illo quod fit ter ex vna partium in quadratũ alterius partis: & rurſus quod fit ter, ex reliqua parte in quadratum prioris. Vt cubus. 5. ſ. 125. fit ex duobus cubis partium. ſ. binarij & ternarij, qui ſunt. 8. & 27. & ex. 36. producto ex. 3. ter in quaternarium quadratum. 2. ducto, & . 54. qui producitur ex binario ter in. 9. quadratum. 3. ducto: vnde ſimul. 8. 24. 36. 54. perficiunt. 125. cubum. ſ. compoſiti. Quod & ſenſui etiam patet, ſi ſolida cubica & parallelipeda adducantur: & cùm (vt ſupra dictum eſt) ex modo componendi facile habeamus modum reſoluendi, patet quomodo ex cubo habeamus latus reſoluendo totum in partes.

Fractiones.

Fractiones quæ appellantur vulgares, ſunt partes alicuius totius diuiſi: vt medietates, tertiæ, quartę &c. de quibus quoniam non adeo neceſſarius eſt tractatus, breuiſsime pauca quædam dicenda ſunt.

Et primo in fractione quacunq; duo ſunt numeri, quorum vnus denotat numerum partium: reliquus vero quotæ ſunt partes, Vt ſi dicas, duæ tertiæ, binarius denotat numerum: quia duæ ſunt partes illę: ternarius autem, quotæ ſint: quia quamlibet illarum dicit tertiam eſſe totius. deſcribuntur autem ita, vt numerator ſit ſupra denominatorē interiecta linea vt. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$

Quando autem plures fractiones ſunt eiuſdem denominationis, facilis eſt additio & ſubtractio: quoniā in hoc ſequuntur integrorum naturam. vt ſi addere volueris. $\frac{3}{4}$ & $\frac{2}{4}$ adde numeratores. ſ. 3. & .2. fit. $\frac{5}{4}$ & ex. $\frac{3}{4}$ ſi ſubtrahere volueris. $\frac{2}{4}$ ex numeratore maiori ſubtrahe minorem. ſ. 2. ex. 3. remanet. $\frac{1}{4}$

Si autem fractiones fuerint diuerſarum denominationū, tūc primum reducendę ſunt ad fractiones eiuſdem denominationis & eodem modo operandum eſt, acſi eſſent eiuſdem denominationis a principio. vt ſi fuerint. $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ reducam illas ad eandem denominationem: & videbo quot vna quæque illarum conficiat partes denominationis illius communis: & ſic facile addam vel ſubtraham. Modus autem reducendi eſt, vt denominatores ducantur in ſe inuicem: vt in prædictis. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ duco ternarium in quaternarium, fit. 12. communis denominator: & tunc duco numeratorem vnius in denominatorem alterius & è contra: nam hoc modo inuenio quot duodecimas continet quælibet fractio illarum, Vt duco. 2. in. 4. dico duas tertias tantum eſſe quantum. 8. duodecimę: iterum duco. 3. in. 3. fit. 9. dico igitur quod nouem duodecimæ tantum ſunt quantum tres quartæ. vnde ſi addendæ erāt duæ illæ fractiones. $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ addam. 8. &. 9. numeratores fractionis communis, & dicam eſſe. $\frac{17}{12}$ quod ſi ſubtrahenda erat vna illarum ex alia, ſubtraham. 8. ex. 9. & remanet. $\frac{1}{12}$.

In additione autem quoniā aliquando plures duabus veniunt addendæ, reduc primo duas: deinde cum aggregato duarum ac

ſi vna eſſet tertiam: & cum aggregato triũ quartam: & ſic de reliquis. vt 2.3.4. reduc pri 2 & 3 ad 17 & tunc 17 & 4 ad
ſi addas. 3 4 5 mum. 3 4 12 12 5
133 & ſic deinceps.
60

Pro reductione autem fractionum non ſimplicium .i. quando pars eſt non totius alicuius, ſed alterius partis (vt ſi quæras quomodo reducetur medietas vnius quartæ, vel tertia pars vni' quintæ ad ſimplicem fractionem) duc numeratores in ſe inuicẽ; & denominatores etiam in ſe inuicem; & habebis reductionem quæſitam, hoc pacto. Scribe fractionem illam, ponẽdo denominatorẽ ſub numeratore linea interiecta vt in ſimplicibus: & partẽ ſeu partes cuius ſeu quarũ illa eſt pars ſeu partes, conſequẽter nota diſtinctionis gratia ſine interiectione lineæ, vt pro duabus
tertijs vnius 2 1 & pro tribus quartis 3 2 Ducendo igi
quinte. 3 5. duarum quintarum. 4 5. tur numeratores .ſ. bis vnum eſt duo, fit numerus fractionũ ſimplicium, ad quas reducebatur illa fractio fractionis: ducẽdo autem denominatores .ſ. ter quinque fit denominator .ſ. 15. illarum partiũ reductarum. Duæ .n. tertiæ vnius quintæ valẽt duas quindecimas vnius integri. Eodem modo in ſecundo exemplo, ducti denominatores. 4. & . 5. in ſe inuicẽ faciunt. 20. & ductis etiam in inuicẽ numeratoribus .ſ. 3. & . 2 fit ſenarius numerator: idẽ 6
.n. valent tres quartæ duarum quintarum quod. 20

Non diſsimiliter fit multiplicatio fractionum: cùm .n. vnam fractionem in aliam ducere volueris, duc numeratorem vnius in numeratorem alterius: & denominatorem vnius, in denominatorem alterius: quod inde producitur, eſt fractio conſurgens ex
multiplicatione. 3 in 4 fiunt 12 Diuiſio fractionũ fit, ſi nu-
Vt ducendo. 4 5 20 meratorẽ diuidendi per denominatorem diuiſoris multiplicaueris, fit .n. numerator: econuerſo autem, ex ductu denominatoris diuidendi in numeratorẽ
diuiſoris prouenit deno- 2 per 4 duc. 2. in. 5. fit. 10. & . 3. in. 10
minator. Vt ſi diuidas. 3 5 4. fit. 12. vnde quoties erit. 12.

Complura compẽdia inuenies pro fractionum tractatu, quæ quoniam exercitio facilè conſequi poſſunt volentes, libenter prætereo.

PHYSICARVM verò fractionum (quarũ vſus in aſtronomicis multus eſt)facilis eſt ars, quantum ſatis eſt ad tabularũ exercitium pro quo ſunt inuentæ. Procedunt ſiquidem aſtrologi per ſexagenariam & diuiſionem & multiplicationẽ, propter.60. numeri commoditatem: ita vt.60.partes minoris denominationis conficiãt vnam partem immediate maioris denominationis, tam in tempore quam in ſpatio motus orbium.

In tempore.n.vnum integrum (puta diem) diuidunt in. 60. partes, quæ ſcrupula ſiue minuta appellantur: & quamlibet iſtarum in.60.partes; quæ quoniam ſunt partes primæ partis, ſecũdæ appellantur: & quælibet ſecũda fractio diuiditur in.60.partes tertias, & quęlibet tertia in.60.quartas: & ſic deinceps quãtũlibet procedendo in diuiſione. Sed &.60.dies appellant ſecundum non fractionis ſed multiplicationis, &.60.iſtorum ſecũdorum faciunt vnũ tertium, tertiorum autem.60.conficiunt quartum, & ita in multiplicatione ſicut in fractione pro libito procedunt.

In ſpatio autem (quoniam de motu circulari agunt, qui circulo completur) circulum quemlibet diuidunt in.360.æquales partes, quæ & gradus appellantur: & ipſe numerus.360.fit ex ſexies 60.quamlibet autem illarũ partium diuidunt in.60.ſcrupulos ſiue minuta, & quod libet minutum in 60.ſecunda, & quod libet ſecundum in.60.tertia: & ſic vſq; quo libuerit ſicut de temporis diuiſione dictum eſt.

Pro numeratione verò iſtarum fractionum, oportet quamlibet fractionem ſecundum ordinem ſuarum denominationum aptari incipiendo a maioribus ſiue partibus ſiue integris: ſiue etiã qui ex multiplicatione fiunt numeris, more noſtro à ſiniſtra in dexteram. Vt ſi ex multiplicatione dierum, habeamus ſecunda tertia & quarta: prius quarta & ſtatim tertia: conſequenter ſecũda & inde dies qui.1.notantur: poſtea fractiones, m̃.2̃.3̃.4̃.&c. quod libet in ſuo ordine, pro quolibet duas tantùm literas apponendo, ſecundum exigẽtiam numeri illius denominationis, qui ſẽper minor eſt.60.vt ſi dicas pro reductione dierũ ab incarnatione ad hanc horam, duas habere quartas. multiplicationis.38.tertia. 17.ſecundas.7. dies, & diuiſionis.51.minuta.15.ſecunda..

4̃.3̃.2̃.1̃.m̃.2.3.4̃.
2.38.17.7.51.15.0.0.

Pro ſpatio autem maxima denominatio eſt ſignorum: ſigna autem dupliciter accipiuntur, dicunt.n.ſignum phyſicum eſſe ſextam partem totius circuli, & ſic continere. 60. partes ſeu gradus circuli: commune autem ſignum duodecima pars eſt totius circuli, & gradus continet. 30. fractiones verò (ſicut ſupradictũ eſt) per ſexagenariam diuiſionem continuè procedunt: vnde in numeratione, prius ponenda ſunt ſigna: ſtatim gradus: tũ minuta: ſecũda, tertia, &c. q̃ his characterib⁹ notã s. g. m. 2. 3. 4 tur. s. ſigna. g. grad⁹. m. minuta. 2. ſecũda, &c. 5.37.49.53.41.10

Pro additione autẽ ſi habueris plures addẽdas adde eiuſdẽ denominationis digitos: ſi reſultet cõpoſitus, appone ſuo ordine digitũ: & cũ articulo adde reliquos articulos eiuſdẽ denominationis: à numero reſultãte ſubtrahe. 6. quoties poteris, & ſi q̃d remanet pone loco articuli: & quot ſenarios ſubtraxiſti, tot vnitates habes addendas digitis maioris &c. immediate ſequentis fractionis: & ſicut in vna fractione operatus es, ita & in reliquis, quo vſque ad ſigna peruenies: quæ ſi fuerint phyſica & plura quam. 6. ſemper abijcienda ſunt quę per ſenarium diuidi poſſunt: ſiquidem ſex ſigna totum complent circulum vt dictum eſt: quod autem ſupereſt reiectis ſenarijs ſub titulo s̄. ſerua, ſi autẽ ſigna cõmunia habueris ſecundũ exigẽtiã tuarũ tabulatũ, tũc ex ſignis reijce. 12. & reliqua ſerua

s	g̅	m̅	2̅	3̅	4̅
3	32	47	54	35	12
0	49	38	54	20	16
5	27	31	49	57	6
3	49	58	38	52	34

Pro ſubtractione autẽ, ſubtrahe digitum vnius fractionis ex digito fractionis eiuſdẽ denominationis, ſi potes: ſin autẽ cõple denariũ (vt in integris dictũ eſt) & pro reſiduo pone quod deerat denario: & ſi quis digitus erat in ſuperiori a quo extrahebas, & cũ vnitate ſi denariũ cõpleſti, ex articulo illi⁹ denominationis ſubtrahe cõpoſitũ ex vnitate & articulo ſubtrahẽdo ſi potes: quòd ſi nõ, quia vel nullus eſt articulus vnde ſubtrahatur, vel minor quã ſubtrahendus: tunc cõple nõ denariũ, ſed ſenarium vice denarij: & quod deerat ſenario, cum articulo ſuperiori (ſi quis erat) pone pro reſiduo, ſeruando vnitatem pro digitis ſequentis ordinis: quæ omnia facillimè vſu conſequeris, ſunt. n. frequentiſsima aſtrologis. Eſt tamen aduertendum, quòd multoties oportet extrahere maiorem arcum de minori: & tunc minori arcui adduntur. 6. ſigna ſiue totus circulus, vt in præſenti exẽplo cõſpicitur.

s̄.	g̅.	m̅.	2.	3̅.	4̅.
2	38	47	50	30	12
5	27	52	49	56	12
3	10	55	00	34	00

Pro multiplicatione autem & diuiſione iſtarum phyſicarum fractionum (quoniã ad habendas partes proportionales paſſim neceſſe erat multiplicare atq; diuidere, idq́; non ſine tædio & labore, quo nos liberat tabula quæ pro habenda parte proportionali tabulis eſt annexa) habeamus illi gratias oportet: & multiplicationem & diuiſionem & radicum extractionẽ relinquamus alijs, qui copioſius & fuſiùs quantum ſatis eſt de arithmetica ſcripſerũt, & quotidie ſcribunt: cùm nos compendium pro occupatiſſimis in grauioribus ſcientijs tradere decreuerimus: monentes tantummodo, quòd facile reducendo omnes iſtas fractiones cũ ſuis integris ad minimas fractiones per ſuperiùs traditam doctrinam, poterũt multiplicare & diuidere, & alia omnia in his exercere quæ in integris fecerunt. Arithmeticæ practicæ finis.

De Geometrica Praxi.

Quemadmodum trina eſt quantitatis dimenſio ſecũdũ longum. ſ. latum & profundum, ita triplex eſt menſura: quædã quę longitudinem metitur, quædam verò quæ ſuperficiem, quædam verò quæ metitur corpus: & cùm longitudo ſit prior, & ſuo modo menſura aliarum (longitudine. n. certificamur non ſolum quanta ſit longitudo, ſed quanta latitudo, & quanta etiam profunditas: eſt. n. linea quę ſolam longitudinem habet latus tam ſuperficiei quam corporis) oportet cognoſcamus prius menſuram lineę: per illam eñ facilè cognoſcentur & reliquæ.

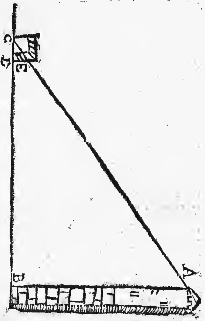
Eſt vſitatiſsimum ſumere menſuram ex membris humanis, vt digito, palmo, pede, paſſu &c. quamuis ſemper, ſicut & nunc, diuerſæ apud diuerſos fuerint menſuræ. Vnde & geometrici pedes diuerſam apud diuerſos habere longitudinem compertũ eſt: ac proinde ſtadia & milliaria inæqualia inueniuntur. Sit tamen gratia exempli pes communis. ſ. tertia pars vlnæ menſoriæ, menſura lõgitudinis: quę tamẽ diuidatur in quatuor partes ęquales, quæ palmi appellãtur: palmi aurẽ in quaternos digitos: digiti autem diuidantur in latum quaternorum hordei granorum: multiplicetur verò pes in. 5. vt fiat paſſus: & paſſus in. 125. vt fiat ſtadiũ ſtadium verò in. 8. vt fiat Milliare: Milliaria autem multiplicata oſtendant longitudines. i. diſtantias locorum oppidorum. ſ. & huiuſmodi: Pro minore autem longitudine vtemur alijs.

De longitudine autem ſolent tria inquiri: primum quanta ſit ſublimitas alicuius rei eleuatæ ſuper terrã: vt de tutre, & de quauis alia re in ſublimi poſita etiam ſupra montem, & de ſimilibus: poteſt ſecundo inquiri, quãtum diſtet vna aliqua res ab alia per lineam rectam in aliquo plano: & tertio, quãta ſit profunditas alicuius rei quæ ſit ſub terra: vt putei vel altetius huiuſmodi. Et quoniam non ſemper licet pedibus, chorda, vel alijs menſutis certificari de tali longitudine, Geometræ artem metiendi inuenerunt adiutorio proportionum, & mediantibus inſtrumentis, vmbra & alijs de quibus ſtatim dicemus.

Altitudinem rei ſupra terram eleuatæ cognoſcemus, ſi diſtantiam radicis eius à loco vbi nos ſumus prius habuerimus exploratam: & ptæterea proportionem quæ eſt inter diſtantiam & altitudinem. Diſtãntiam autem oportet metiri funiculo vel pedibus ſi detur: proportio verò cognoſcitur ſi habueris triangulũ, cuius larera vel duo illorum nota ſint: æquiangulũ triangulo cuius baſis ſit diſtãtia, cathetus verò ſublimitas rei eleuatæ, vnde cũ æquiangulorum larera ſint proporrionalia, & habeamus vnius illorũ nota duo latera continentia angulũ rectum: habebimus & ꝓportionem notam duorum altetius continentia etiam angulum rectum: cuius vnum exttemum nobis eſt notum. ſ. diſtantia. Vnde per regulam trium numerorum in Arithmetica traditam inueniemus quartum proportionalem, quæ eſt altitudo quæſira.

Ttiangulũ aurẽ iſtũ, cuius duo latera circa rectum angulũ cõſiſtentia nobis nota eſſe debent, varijs modis tradunt geometræ: omnes tamen in idem conueniunt, nam ſcala altimetra (quæ appellatur) & eſt quadratum in dorſo Aſtrolabij, & eadem in quadrãte & in quadrato & in pluribus alijs inſtrumentis: nihil aliud quam ttiangulum illum metientibus oſtendit: cuius vnum latus ſemper indiuiſum notum eſt metienti. 12. vel. 60. partium: vel in alio aliquo numero noto: aliud autem diuiſum eſt in totidẽ partes: ex quibus non ſemper omnes, ſed vt in plurimũ aliquam pattem illarum ſecat mobilis linea, quę à cẽtro inſtrumenti cum prædictis locum tenens hipotenuſæ cauſar triangulum. Semper igitur etunt notæ, linea indiuiſa quę cum diuiſa cauſat angulum rectum, & pars diuiſæ quæ eſt inter angulum rectum & lineam illam mobilem: & cum eadem ſit proportio diſtantiæ & altitudinis, quæ iſtarum duarum in triangulo rectũ angulũ continẽtiũ:

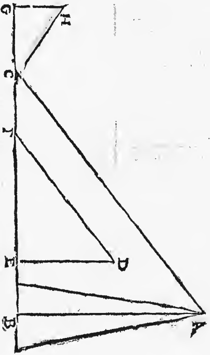
cognita



tium cognita diſtanria, cognoſcetur & alritudo & e contra. Vt ſi metiēda eſſet altirudo.a.b. oportet menſorem habere diſtantiā. b. c.noram : & præterea trianguli. d. e.c.qui eſt in inſtrumento cognitalatera.c.d. &. d. e. ſicut.n. ſe haber.c.d.ad. d.e.continentia angulum rectū, ſic ſe habet. c.b. diſtātia ad. a. b- altirudinē: ſunt .n . æquianguli triangulus. a.b. c. & rriangulus. d.e.c.ſi ergo ponamus diſtantiā c. b. 20. pedum & latus.c.d. 12. parrium.d.e.vero.8.erunt ſicut.12.ad.8.ſic.20. ad altitudinē:vnde ductis.8.in.20.producit.160.qui diuiſus per.12.facit.13.cum vna tertia,tanta eſt altitudo quæſita.

Potes & per vmbram cognoſcere altitudinem rei perpendiculariter ſupra tertam erectæ, ſi metiaris longitudinē vmbræ in planū extenſæ, & alicuius alterius rei puta baculi vel virgę quā perpendiculariter ſuper planū erigas vmbram : & longitudinis virgæ illius ad ſuam vmbram cognoueris proportionem: eadem.n.erit proportio virgæ ad ſuam vmbram, quæ turris vel cuiuſuis alterius rei eleuatæ ad ſuam. Vt ſi altitudine vnius pyrami dum ægyptiarum quis metiri vellet, habens virgam in manibus quam eleuat perpendiculariter ſupra planum : Si inueniat vmbram virgæ duplam eſſe longitudini virgæ, judicabit vmbram pyramidis duplam altitudini pyramidis: & altitudine eſſe dimidium vmbræ: fiunt enim æquianguli trianguli ex altitudine & diſtantia pyramidis & virgæ cum radio luminoſo terminante vmbram: vnde & latera angulum rectum ambientia proportionalia ſunt.

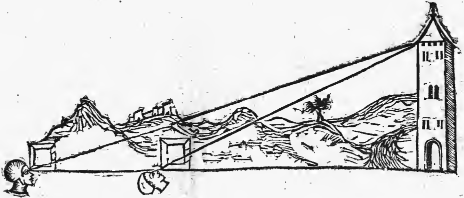
Quin etiam quoniam (vt in ſpeculis dictum eſt) non poteſt videri res in ſpeculo, niſi ſit eadem proportio diſtantiæ rei viſæ ad punctum reflexionis, ad diſtantiam eiuſdem puncti ad viſum : quæ eſt altitudinis eiuſdem rei viſę ſupra planam ſuperficiem ſpeculi, ad eleuationē viſus ſuper eandem: fit vt ſi cognoueris proportionem altitudinis tui viſus ſuper ſpeculum ad diſtantiam inter te & ſpeculū, habita diſtantia inter ſpeculū & turrem, habebis & altitudinem



per eandem regulam trium numerorum. Vnde ſi cures in plano ſpeculum ita aptare, vt æqualis ſit diſtantia tua à ſpeculo altitudini tui viſus: & illum ponas in loco vnde tibi ſummitas turris in ſpeculo appareat: dices altitudinem turris eſſe æqualem diſtantiæ turris à ſpeculo: & ſicut de æqualitate, ita de quacunque alia proportione iudicabis. A.b. altitudo, pyramis. 500. paſſuum. b.c. quantitas vmbræ. m. paſsuum. d.e. virga perpendicularis. 10. palmorum. e.f. vmbra virgæ. 20. palmorum. c. ſpeculũ. g.h. altitudo viſus duorum paſſuum. g.c. diſtantia videntis à ſpeculo quatuor paſſuum.

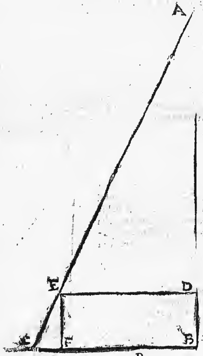
De altitudine rei cuius diſtantiam non poſſumus prius habere.

Contingit multoties, vt alicuius rei altitudo inquirenda ſit, ad cuius radicem non facile patet acceſſus: ac proinde non poſſumus ex diſtantia habere altitudinem: vnde quando huiuſmodi rei altitudinem voluerimus habere, oportet vt in aliquo plano in quo ſit ſpatium notabile, & vnde bis conſpiciamus ſũmitatem rei metiendę in eadem linea recta verſus metiendam rem bis conſideremus per inſtrumentum altitudinem eius: modo ſupradicto: & videamus quot puncta ex linea diuiſa inſtrumenti ſecentur: & iſta puncta quota pars ſint totius lineæ: & quoniam duarum conſiderationum diuerſa erunt puncta, & ſic diuerſæ partes: auferatur denominator minoris a denominatore maioris, & per reſiduum diuidatur ſpatium inter duo loca duarum conſiderationum: nam quoties erit numerus altitudinis quæſitæ. Vt ſi in prima conſideratione puncta eſſent. 4. & totum. 12. eſſent puncta tertia pars totius denominata à ternario, & ſi in ſecunda conſideratione puncta eſſent. 6. eſſet medietas denominata a binario. Igitur ſubtracto binario a ternario remanet vnitas per quam diuidenda erat diſtantia inter duas conſiderationes: & quoniam vnitas nec multiplicando auget, nec diuidẽdo minuit, tanta erit altitudo rei metiendæ quantum ſpatium inter prædictas conſiderationes.

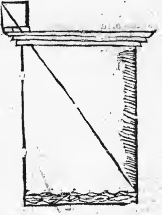


De menſura diſtantiæ rerum in plano poſitarum.

Sicut media proportione laterum ttiangulorum, cognita diſtantia venimus in cognirionem alritudinis, facilè vice verſa ex altitudine cognita deueniemus in cognitionem diſtantiæ: atque hoc pacto planum metiuntur cõmuniter. Quoniam tamen non adeo magna eſt diſtantia quæ insttumentis menſutari poteſt, aliam faciliotem & vtiliorem viam pro maiori diſtantia tradunt & eſt talis.



Si cognoſcere vis diſtãtiam alicuius rei viſę, attende ex aliquo plano tẽ viſam, & ſigna locum: vt ſi vellem cognoſcere diſtantiam alicuius loci qui ſit in .a. ex loco .b. id eſt longitudinẽ .a.b. ſignato puncto .b. ſuper eandem lineam ad angulum rectum vel alium angulum notum, ſumo ex ſpatio plano lineam .b.c. quãtitatis notæ, puta .500. paſſuũ & ſigno locum .c. ex quo etiam conſpiciatur .a. & tunc ex linea b.a. capio partẽ notam vt, 200. paſſuum a puncto.b.ad punctum.d.a quo ad angulum ęqualem priori, & ſic ęquę diſtanter lineæ.b.c. progredior quouſque perueniam ad lineam.c.a.in puncto.e.lineam autem iſtam.d.e.metiar, & quoniam neceſſario minor eſt quam linea.c.b ſeruabo exceſſum, ſicut.n.ſe habet exceſſus ille ad lineam.d.b.notam, ſic ſe habet linea.c.b.ad lineam.b.a.vnde per regulam trium numerorum. ſ. c.b.per.d.b.multiplicaueris, productum autem diuiſeris per illum exceſſum: habebis quæſitam longitudinem lineæ.a.b.ſit autem linea.d.e.413.paſſuum exceditur a linea. c. b. per.87.tunc diſpono.87.200.500.duco.200.in.500.proueniunt.100000.qui diuiſus per.87.facit.1149.cum tribus quartis ferè tanta erat diſtantia.ſ.longitudo.a.b.quod erat quæſitũ.Pro habéda vero profunditate putei, vel alicuius alterius rei profunditatẽ habentis, vti oportet triágulis inſtrumétorũ, quibus æqui anguli fiát triáguli vnus in inſtrumento modo ſupra tradito, alius vero trium linearum: quarum vna ſit tota profunditas alia ſit quę ex termino inſtrumenti in ore putei aptati, ad partẽ diametraliter oppoſitam in eodem ore putei imaginatur: tertia eſt hipotenuſa & viſualis quæ ex ore putei in profundum eiuſdem ad partem oppoſitam tendit continuata cum hipotenuſa inſtrumenti: ſunt.n.vt dictum eſt latera triangulorum proportionalia: vnde ſicut ſe habent latera angulum rectum continentia in inſtrumẽto, ſic profunditas putei ad diametrum oris: habito igitur oris diametro, habebis & profundum putei, per ſupradictam regulam trium numerorum. Vt exemplo ſit profunditas linea.a.b. & diameter oris putei linea.c.a. diſpono inſtrumentum in ore putei ita vt ex puncto. c. per pinnulas inſtrumenti conſpiciam punctum. b.



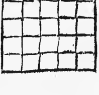
confeci in inſtrumento triangulum.d. e. c, æquiangulum triangulo.a,b.c.& quia nota ſunt mihi duo latera.d.e.&.e.c.continẽtia angulum rectum in triangulo inſtrumenti & ex triãgulo maiori habeo latus.c.a.cognitum facile per prædictam regulam habeo quantitatem lateris.a.b.quod cum.a.c.continet angulũ rectum. Vt ſi ex latere diuiſo.e.c.ſecat linea. d. b. quatuor partes qualium.d.e eſt.12.& linea.c.a eſt.6.pedum: tunc ſicut. 4. ad. 12.ſic.6.ad lineam.a.b.multiplico.12. per. 6.producetur.72.qui diuiſus per.4.facit.18.tanta eſt linea. a. b.cuius quantitas quærebatur.

Complures alij modi longitudines metiendi paſſim inueniũtur,quos facile per ea quæ dicta ſunt percipere licebit.

Pro menſura ſuperficierum.

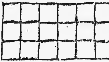
Menſura ſuperficiei oporter ſit ſuperficies. Eſtq; merito inter omnes figuras planas quadratum mẽſura omnium aliarum; menſura autem quadrati erit denominata ex menſura lateris eiuſdem:ſi enim latus quadrati ſit vnius pedis, quadratum dicetur pedale: ſi duorum bipedale &c. Vnde cum menſuram alicuius ſuperficiei quærimus quanta ſit, idem eſt acſi quæramus quot quadrata contineantur in illa ſuperficie, quadrata autem alicuius notæ menſuræ.1.cuius latus ſit menſuræ notæ. Nos autem gratia facilitatis ſupponemus pedale quadratum in exemplis ſequentibus,idem enim erit iudicium de maioribus vel minoribus.

Ad inueniendum autem menſuram quadratæ figuræ multiplica lõgitudinem lateris in ſe ipſam & habebis numerum quadratorũ in tali quadrato cõtentorũ. Vt in preſenti exẽplo ſit quadratũ.a. b.c.d. cuius quodlibet latus habeat. 5.pedũ lõgitudinis,ductus.5.in ſe ꝓducit.25. tot quadrata preciſè ſũt in illo quadrato, & interrogatus de menſura illiꝰ dices eſſe.25. pedes quadratos.

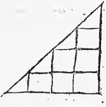


SEVILLA

Si autem parallelogrammum rectangulum altera parte longius metiti vis, cape duo latera que circa vnum rectorum angulorum ſunt, & vnum illorum per aliud multiplica nam productum oſtendet quantitatem illius altera parre longioris, vt in parallelogrammo. e. f. g. 1. multiplica latus. e. f. ſ. 3. per latus. f. g. ſ. 6. producitur. 18. ea erat magnitudo parallelogrammi.

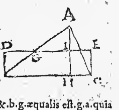


Et quoniam inter lineas æque diſtantes, triangulus eſt medietas parallelogrammi eiuſdem vel æqualis baſis, omnis triangulus rectãgulus erit medietas producti ex multiplicatione duarum linearum continẽtium angulum rectum.



Cæterorum triangulorum, imò vniuerſaliter omnium aream dupliciter poteris metiri: cognita longitudine ſingulorum laterum, & mediante perpendiculari intra triangulum ab vno angulorum ad latus oppoſitum ducta. Si quidẽ cum in omni triangulo ſint duo anguli acuti adminus, ad lineam quæ eſt inter duos illos acutos ſemper poterit ex angulo oppoſito duci perpendicularis intra triangulum. Cuius medietas in eandem lineam cui perpendiculariter incidit ducta, oſtendet quantitatem areæ totius trianguli.

Eſt. n. in figura pręſenti triangulus. a. b. c. æqualis parallelogrãmo. d. b. c. e. quando quidem duo trianguli qui ſunt extra triangulum in parallelogrãmo, ſunt æquales duobus qui in triangulo extra parallelogrammum. Sunt. n. æquianguli & laterum æqualium, ſi quidẽ. d. b. eſt æqualis. i. h. & ſic. a. i. linea. n. a. h. diuiſa eſt per mediũ in puncto. 1. & b. g. æqualis eſt. g. a. quia

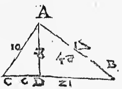


linea.

linea.g.i.æque diſtans.b.h.proportionaliter ſecat latera.a.b. & a.h.& anguli qui ad.g.ſunt æquales quia cõrrapoſiti:& recti qui ad.d.&.i.etiam æquales, vnde & prædicti trianguli ſunt æquales.Sicut ergo ſi ducerem lineam.b.c.in.b.d. haberem prædicti parallelogrammi aream,eodem modo ducta.i.h.in eadem.b.c. habeo aream trianguli illi æqualem.

Habemus autem quantitatem perpendicularis per penultimam ſecundi elementorum.Eucl.ſi latus illud in quo perpendicularis ducenda eſt cum vno reliquorum quadratè multiplicemus quodlibet per ſe,& ex duobus quadratis ſimul additis ſub duxerimus quadratum reliqui lateris: qui.n.relinquitur numerus tantus eſt, quantus qui produceretur ex ſupradicto latere ad quod perpendicularis erar ducẽda bis multiplicato in partẽ, quæ eſt inter angulum oppoſitum illi lateri cuius quadrarum ex duobus ſubtraxeramus,& lineam perpendicularem illam cuius magnitudo quæritur. Diuidatur igitur medietas numeri illius remanentis per latus illud in quo ducenda erat perpendicularis: in quotiente prouenier longitudo partis illius quæ inter angulũ ſupradictum & perpendicularẽ intereſt,cuius quadratum ſi ex quadrato lateris quod cum prædicta portione cauſabat angulũ ſubtraxeris,remanet quadratum cuius radix eſt perpendicularis quæſita, quæ ducta in medietatem illius lateris in quo cadit, vel medietas eius in totum latus,producir aream trianguli.

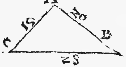
Proponatur metiẽda area trianguli.a.b.c.cuius latus.a.b.ſit. 17.paſſuum,a.c.10.paſſuum.b.c.vero.21.paſſuum,ducam latus. a.c.in ſe fit,100.& latus.b.c.item in ſe fit.441. addo duo iſta quadrata ſit,541,a quo ſubtraho,289.quadratum lateris.a.b.remanet.252. cuius medietas.126.diuiſa per.21.relinquit pro quotiente.6.ralis eſt pars. d.c.linea inter angulum.c. & punctum in quo eſt perpendicularis. Rurſus.6.ductus in ſe producit.36 qui ex quadrato lateris.a.c.ſubtractꝰ relinquit.64.cuius.R.8.eſt quãtitas perpendicularis quæſitæ. Si ergo eius medietatem.ſ.4.ducas in.b.c.ſ.21.vel totam perpendicularem in medietatem.b.c.



ſemper proueniet. 84.quantitas areæ trianguli prædicti.

Quod ſi adhuc ſine inuentione perpendicularis volueris ateã dati trianguli inuenire, adde longitudines trium laterum & ex medietate reſultãtis numeri ſubtrahe ſingula latera ,quod ex his ſubtractionibus remanet multiplica in inuicem, primum in ſecundum & productum in tertium,& adhuc productum ex his. multiplicarionibus in eandem medietatem, & producti.r. quadrata erit quantitas areæ trianguli.

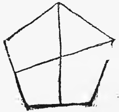
Sit ttiangulus.a.b.c.cuius latera ſint.20.15.25. quæ ſimul addita faciunt.60.ex cuius medietate. ſ.30. aufeto ſingula latera remanent.10. 15.5.duco.10.in.15.fit.150.quẽ duco in.5.fit.750.quem rurſus in .30. fit.22500. cuius. R. quadtata.150. tanta eſt area prædicti triãguli quã quærebamus.



Cognita triangulorum menſura facile eſt omnium aliatum rectilinearum figurarum habere menſuras:omnes.n.in triangulos facile reſolui poſſunt quorum menſuræ additæ ad inuicẽ cõficiẽr menſutam figuræ ſiue illa regularis ſiue irregularis fuerit.

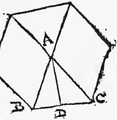
Eſt tamen compendium non contemnendum pro regularibus figutis.i.babentibus æqualia latera recti linea , & ſic æquales angulos:ſi.n.habes quantitatem omnium laterum & quantitatẽ lineæ quæ perpendiculatis a centro eiuſdẽ figuræ ad vnum laterum illorum ducitur per medietatem quãtitatis omnium laterum multiplicata,prædictã perpendicularis ꝓducit quãtitatẽ totius areæ.

Vt in præſenti pentagono, habita menſura omnium laterum quæ habeant exempli gratia ſeptenos pedes. ſi angulos duos diuidas per æqualia,lineæ diuidentes ſecabunt latera oppoſita etiam pet æqualia:& ſeſe ſecabunt in cen



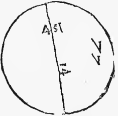
tro pentagoni. Metite ergo portionē vnius a cētro ad medietatē lateris, & ſit gratia exempli. 5. quæ ducta in medietate laterū. ſ. 17. cū dimidio producit. 87. cū dimidio, tāta eſt area pētagoni. Cētrum autē illarum figurarum quarum latera ſunt in numero impari, inuenitur in ſectione duarum linearum diuidentium angulos per æqualia. Si vero fuerint latera in numero pari, lineæ quæ ab vno angulo: ad oppoſitū angulū ducūtur ſe ſecabunt in cētro: & tunc a cētro ad medietatē lateris ducatur perpendicularis multiplicanda per medietatem totius peripheriæ ad habendam aream.

Demonſtratur facilè iſta opetatio in præſenti exagono, triangulum .n.a.b.c. ſextam. ſ. partem exagoni habemus, ſi multiplicemus lineam .a.d. perpendicularem, per medieratem lateris. b. c. ſcilicet. b.d. vt ſuperius demonſtratum eſt. Vnde ſi latera haberenr ſenos pedes, & perpendicularis. 5. totus triangulus. a. b. c eſſet. 15. quadratorum pedum, & eodem modo ſinguli trianguli eſſent metiendi, & perpendicularis in medieratem ſingulorum larerum eſſet ducenda pro ſingulis triangulis: idem aurem eſt quod ſemel ducatur in medieratem omnium illorū vnde &c.



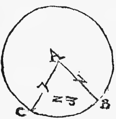
Hac eadem arte habemus & aream circuli dati, ſi duxerimus medietatem peripheriæ circuli in medictatem diametri: quando quidē figuræ regulares & circunſcribi & inſcribi circulo poſſunt: & demonſtratio præcedens omnes regulares figuras, tam paucorum quàm multorum laterum comprehēdit. Vnde ſi fingamus curuam peripheriam circuli fieri ex innumeris lineis rectis, ita paruis vt ſenſum fugiant, demonſtratur de figura illa ſicut de reliquis. Nec practicè alia demonſtratio petenda eſt: quādoquidem licet linea recta ſit diuerſa à linea curua, ita vt nō videatur habere eandem menſuram, nec comparari in æqualitate vel inæqualitate illi poſſe, nihilominus non eſt adeò inepta comparatio, vt non ſufficiat operanti ad aſſentiendum ſe ſine ſenſibili errore operati.

Vnde pro habenda area dati circuli metire diametrum, eſt.n. proportio eius ad peripheriam ſicut.7.ad.22.ferè, vnde per diametrum cognoſces quanta ſit circũferentia: vtriuſq; accipe medietates, in inuicẽ multiplicandas, pro habenda area circuli. Vt ſi diameter præſentis circuli ſit.14.pedum, erit peripheria. 44. vnde medietas diametri. ſ. 7. per medietatem circunferentiæ. ſ. per. 22. multiplicata facit. 154. tanta eſt area totius circuli.

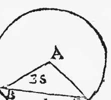


Quòd ſi ſemicirculi aream volueris, duc prædictam ſemidiametrum in medietatem peripheriæ ſemicirculi. i. in quartam totius peripheriæ partem: habebis quantitatem ſemicirculi, vt. 7. per.11. fiunt.77. tanta eſt area ſemicirculi.

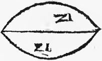
Quòd ſi ſectoris cuiuspiam volueris aream habere, duc etiam ſemidiametrum in medietatem arcus peripheriæ illius ſectoris: habebis aream illius. Vt ſi ſectoris.a.b.c.cuius duo ſemidiametri haberẽt ſeptenos pedes, arcus verò.b.c.talium eſſet.8. qualium tota peripheria, 44. ducta ſemidiametro. ſ.7 in.4. produceret, 28. tanta eſt aria prædicte ſectoris.



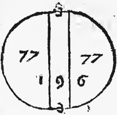
Quòd ſi portiones circuli per chordam diuiſi metiri libet, vt in præſenti circulo quem chorda. b.c. diuidit in duas portiones: tunc à cẽtro.a. ducantur lineæ ad terminos. b.c. quæ cauſabunt cum arcu. b. c. ſectorem, & cum chorda triangulum: metire ergo ſectoré vt ſupra, à quo ſubtrahe triangulum, remanebit portio minor ſemicirculo:



qua a toto circulo ſublata, remanet porrio maior ſemicirculo. Vt ſi ſit ſemidiametet.a.b.7.arcus.b.c.16. erit ſector. 56. ſit autẽ triangulus. 35. remanet area portionis minoris. 21. qua ex toto circulo.ſ.154.ablata remanent.133.quantitas portionis maioris ſemicirculi.



Er cùm figura oualis appellara ſint duæ portiones minores ſemicirculo ſimul coniunctę, facilè ex illorum mẽſura habebimus menſuram oualis: ſi.n. quælibet illarum eſt ſicut præcedens.21.pedum, erunt ſimul. 42.



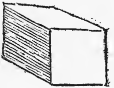
Sed & lenticularem aream, quæ ex duobus ſemicirculis & parallelogrammo rectangulo complerur, metiri facilè poſſumus, cum duobus ſemicirculis addiderim parallelogrammum. Vt ſi ſinguli ſemicirculi habeant.77. latera parallelogrammi minora ternos pedes maiora quaterdenos, erit parallelogrammum. 42.pedum magnitudinis: qui cum.154. duorũ ſemicirculorũ, conficier.196.pro area totius lenticularis figuræ.

Pro menſura ſolidorum.

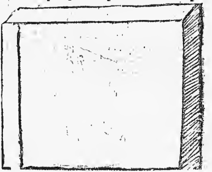
Quemadmodum menſura linearum linea, & ſuperficierum eſt ſuperficies, ſic ſolidi menſura ſolidum ſit oportet. Eſtq; inter ſolidas figuras cubus menſura omnium reliquarum: quia omnes ſuperficies, omnia latera, & omnes angulos habet æquales, ſuperficies omnes quadratas, & angulos rectos.

Menſura autem cuborum diuerſa erit ex diuerſitate longitudinis laterum eius, vt in quadratis dictum eſt: ſit tamen latus quodlibet in exemplis ſequentibus vnius pedis, erit nobis menſura cubus (ſolidum. ſ. corpus,) habens in longum vnum pedem, & tantundem in latum, tantundemque in profundum.

Primam autem ſolidarum (.ſ. cubum) ſi metiri volueris, duc vnum latus in ſeipſum, & idem latus in productum: habebis magnitudinem cubi notam. Vt ſi vnum latus habet. 3. pedes, ternario in ſeducto producitur. 9. in quo ductus iterum ternarius producit. 27. tot pedes cubicos habet magnitudo talis cubi: conficietur enim præciſè. ex. 27. cubis pedalibus.

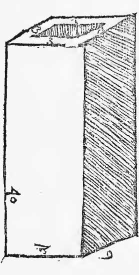


Quòd ſi altera parte longiorem ſolidum metiri vis: cognoſce longitudinem, latitudinem, & profunditatem: numeros harũ trium dimenſionum multiplica primum per ſecundum, & productum per tertium (nec refert quem facias primum, ſecundũ, vel tertiũ) quod prouenit eſt numerus pedũ cõtentorum in tali altera parte lõgiori. Vt murus vel paries in longitudine. 10. pedum in latitudine. 8. in craſsitie. 3. Multiplica. 3. per. 8. fit. 24. hunc per. 10. fit. 240. tot cubici pedes ſunt in tali muro.



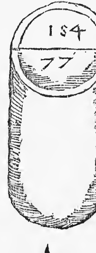
Quòd ſi turrem ſolidam volueris metiri, duc prædicto modo longitudinem in latitudinem, & productum in altitudinem: habes quot cubos continet turris.

Eodemmodo metiri poteris omnia ſolida quæ altitudinem habuerint regularem, ſiue columnæ lateratæ ſiue rotundæ fuerint, ſiue aſſeres, ſiue ptiſmæ, vel ſerratilia corpora. Si enim baſim cuiuſq; illorum ducas in altitudinem, proueniet quantitas ſolida talis corporis.

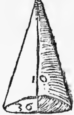


Quòd ſi non ſolida ſed caua fuerint, vt turres lateratæ vel rotundæ ſolent: tunc metire totum acſi eſſet ſolidum, & quantitatem ſerua: & ſuperficiem concaui duc in altitudinem: productum ſubtrahe ex toto ſolido, remanet cauum. Vt ſi ſit turris cuius lõgitudo. 9. pedum, latitudo. 8. altitudo 40, ducta lõgitudine in latitudinẽ fit. 72. qui in altitudiné. 2880. Iam vero ex longitudine aufer. 6. pro craſsitudine duorum parietum, remanet. 3. ex latitudine aufer etiam. 6. pro parietibus remanet. 2. duc. 2. in. 3. fit. 6. qui in. 40. fit 240. ablato ex. 2880. remanet 2640. pedes cubi in tali turri exiſtentes.

Si etiam cylindri excauati baſis totius aream duxeris in altitudinem, habes cylindri quantitatem acſi ſolidus eſſet: auferes tamen cylindrum cauitatis ex ſolido, vt habeas quantitatem ex cauati. Vt ſit turris cylindrica, cuius baſis circulus. 154. baſis autem cõcauitatis. 77. & ſit altitudo. 20. duco 154. in. 20. fit. 3080. tanta eſſet quantitas illius ſi ſolida eſſet. Duco item. 77. circularem baſim in. 20. altitudinem, fit. 1540. qui ex. 3080. ablati relinquũt. 1540. tanta eſt magnitudo cylindri ſiue rotundæ columnæ excauatæ. At ſi quantitatem pyramidum volueris exploratā habere: duc pyramidis baſim in axem ipſius, producti accipe tertiam partem, tanta erit pyramis prædicta: vel duc eandem baſim in tertiam partem axis & idem producetur. Axē verò habebis, ſi vnam lineam in ſuperficie à ſummitate ad baſim, quæ locum habeat hypotenuſæ in ſe ipſam duxeris, & à producto ſubtraxeris quadratum lineæ à termino iſtius in baſi ad centrum ipſius baſis: quadrati numeri remanētis radix erit lōgitudo axis, per vlt. primi elemen. Vt ſi baſis circularis pyramidis erit. 36, longitudo axis. 10. tota pyramis erit. 120. ſi quidem columna ad pyramidem eiuſdem altitudinis eſt tripla, ex archimede.



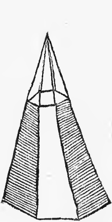
Quod ſi pyramis non ſit integra ſed curta, vt eſt figura lateratæ pyramidis: metire prius totam acſi integra eſſet, & partem quæ deficit acſi eſſet alia pyramis, & ſubtrahe ex integra partem: remanebit quantitas curtæ pyramidis.

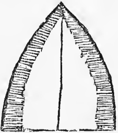


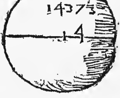
Quòd ſi excauatæ eſſent pyramides, ſicut de columnis & corporibus alijs lateratis dictum eſt, ſunt metiendæ. Hinc facile habebis quantitatem cōcaui cuiuſcunq; corporis excauati, imo puteorum & cellarum capacitatem, ſi ad cubicam menſuram reduxeris menſuras liquoris, frumenti, & alias huiuſmodi.

Spe-

Spheræ autem metiri quantitatē non difficile eſt, ſi noſti proportionem cylindri cuius baſis maximus circul⁹ ſpheræ, altitudo verò diameter ipſius, ad ipſam ſpheram: ea ex archimede eſt ſeſquialtera, vnde ſi aream maximi circuli in totam diametrum ducas, & producti capias duas tertias partes, habebis quantitatem ſphæræ quæſitam. Vt ſi præſentis ſphæræ maximus circulus ſit 154. diameter. 14. ducta diametro in aream fit. 2156. cuius duæ tertiæ ſunt. 1437. cum vna tertia: tanta eſt magnitudo totius ſphæræ. Medietatis autem ipſius habebis menſurā, ex multiplicatione maximi circuli per medietatem diametri, ſumptis ex producto duabus tertijs.

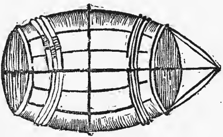






Habebimus & ſpheroydalium figurarum menſuram, quæ à pyramidibus differunt in hoc quòd lineę a vertice ad baſim ſūt curuæ, quæ in pyramidibus ſunt rectæ. Habebimus inquam illius menſuram, cognita proportione pyramidis eiuſdem altitudinis ad ſpheroydem, ea eſt ex demonſtratis archimedis. li. de conoydalibus & ſpheroydalibus ſubdupla. Vnde cum pyramidē eiuſdem altitudinis metieris, duplica pyramidis quantitatem & habebis quantitatem ſpheroidis.

Hac arte inuenies capacitatem vinarij vaſis ſiue dolij: qui vt in plurimum figurã habet ex duobus ſpheroidibus per baſes cõiunctis compoſitam, licet decurtatis.



Cuius ſi vis habere menſuram, imaginare medium totius vaſis circulum, qui baſis ſit vtriuſque ſpheroidis: ſuperficiem iſtius circuli multiplica per altitudinẽ axis, producti cape duas tertias partes, & numerum ſerua: deinde ab illo auferes decurtationes quæ ad verticem ſunt, remanebit capacitas totius vaſis quæſita. Portiones autem ſectionum ſpheroidũ quæ ad verticem non menſurãtur ſicut pyramidum curtarum portiones, non.n. (ſicut tota ſpheroides figura ad pyramidem) habent duplam proportionem: eſt.n. ſectionis ſpheroidis ad ſectionem pyramidis proportio fere ſuprabipartiens tertias: vnde habita portione pyramidis, poteris habere ſine adeo notabili errore portionem ſpheroidis.

FINIS.

COMPLVTI.
Excudebat Andreas de Angulo.
1566.

Errata.

Fol.4.pag.1.lib.1.ſi duas 8.m.4.lege in 4.linea 17.ibi por medietatem lege per medietatem.fol.6.pag.1.linea 20.ſecundumquam lege ſecundũquem.pag.2.lin.penultima numeron lege numero.fol.5.pag.1.in margine vb.3.3.lege 5.3.& vbi 3.6.lege 5.6.fol.10.pag.1.in margi. vbi 12.1.lege 12.12,pag.2.lin.10.ibi minorẽ lege maiorem. fol. 12. in figura lin. 2.vbi 143.lege 243.fol.14.pag.1.linea 24.pro quotlibed lege quodlibet. fol.15.in 2.figura in terminis diametri pone d.e. in 2.pag. in figura pone in tribus angulis vnius trianguli a.c.f.& in trib⁹ reliqui.b.d.e.in ſingulis angulis ſingulas literas.fol.16.pag.1.in figura apta literas figurę ſecũdum quòd in litera ordinantur.linea.16.ibi b.c.lege b.e.fol.18.pag.1.li. 20.ibi æqualibus lege è quibus.fol.19.pag.1.lin.5.ibi lo. C.pro c. lege d.fol.20.pag.1.li.23.pro ſit medietas lege eſt medietas.fol.23.pag.2.li. 2.ibi geometrica lege geometria.fol.24.pag.2.lin.27.ibi in eumpletũ lege in completum.fol.25.pag.2.in figura vbi eſt.g.pone.h.g.vero inter lineas in eodẽ loco,lin.28.ibi quia ad latera lege quia latera.fol.26.pag.1.li.22.ibi f.o.e.lege.f.o.c.fol.27.pag.1.li.24.ibi vtrina leg.vtrin. pa.2.li.5.ibi ex c.b.le.c.e.fol.28.pa.1.li.10.ibi vtriuſque lege vtriſque.li. 20.ibi æquale lineæ lege æquale quadrato lineæ.fol.29.pa.1.li.penultima ibi muuire lege inuenire.pa.2.li.10.ibi ducta adde, remanet triangulus qualis proponitur.fo130.pa.1.li.8.ibi æqualiter lege æquilater.fo.31. pa.1.li.6.ibi porportionem lege proportionem,pag.2.lin.6.ibi & primi tertij lege primi & tertij,lin.11.ibi exempta lege exempla.fol.32.pa.2. li.6.ibi por lege pro.fol.33.pag.2.li.4.ibi porportio lege proportio.pag. 2.li 23.ibi b.e.& e.c.le.& d.c.li.34.ibi.& e.e.lege ad d.c.fol.37.pa.1.lin. 2.ibi contingat adde deceptio,pa.2.li.20.ibi cabito idem le.ealato ydem, 21.conordalis le.conoydalis.fol.38.pa.1.li.26.ibi quando lege quoniam. fo.40.pa.1.li.6 ibi linea lege lignea.fol.47.pa.2.li.28.ibi 579.le.576.fo. 48.pa.1.lin 31.ibi numera lege numeræ.fol.50.pa.1.li.13.ibi diuiſcir 2. lege diuiſeris.pa.2.li.21.ibi medium lege mediam.fol.51.pa.1.li.24.ibi vnus le.tonus.fol.54.pag.2.li.1.ibi multiplicans e.duco e.lege multiplicans b.duco b.fo.56.figuras exemplorum quoniam non ſatis aptati ſunt in illis numeri tu ipſe ex litera aptius appone ſuis locis. fol.57,pa.1.lin. penul. aufer.4.vltimã literam.& de vltima linea aufer 12. quæ non ſunt in ſuis locis,in eadem vltima ibi 5833.adde 4.

2 pag.li.16.ibi 19000.le.1900.lin.27.ibi 12

2450.lege 1450.lin.30.ibi 522000.lege 5220000.fol.59.pa.1.li.4.ibi minorem lege maiorem,pa.2.li.21.ibi proportione lege propoſitione. fol. 60.pag.1.li.3.ibi cuius le.quis,& figuram numerorum quia inepte ſunt collocati emenda per literam.pag.2.li.vltima ibi ex 18.ade 2.fol.61.pa.1 lin.20.ibi tertia lege tertria.pa.2.lin.20.ibi 24.lege 27.fol.62.pa.2.lin. 33.ibi 3.m.le.3.in.fol.63.pa.2.lin.13.ibi &.c.aufer c.fol.64.pag.1.li.26. ibi geometrici lege geometricos.fol.70 pag.2.lin.26.ibi aria lege area. fol.71.pag.2.li.29.ibi latitudine,lege altitudine.

i 19652112

y alos enemigos entrar. O exẽplo digno de notar: y de ala memoria encomẽdar: pues de vn meſmo caſo ⁊ infortunio/ ſaco el eſcudero la vida: los cõpañeros eſcaparõ dela afrẽta: y el buẽ principe alcãço para ſi renõbre de clemẽcia. He querido traher eſtos exẽplos antiguos: para auiſar alos q̃ ſoys ſupremos juezes/ y eſtays cõſtituydos en altos eſtados: a q̃ ſino quiſierdes hazer todo lo q̃ os pedimos: alomenos no nos riñays quando algo os rogaremos: porq̃ la obligaciõ q̃ tiene vn juez ꝺ ſer juſto enlo q̃ juzga: aq̃lla miſma tiene vn bueno de ſer importuno/ quãdo por otro ruega. El oficio del hõbre bueno es/ rogar ⁊ importunar: no ſolo por los buenos/ mas aun por los malos: es a ſaber/ por los buenos/ q̃ los mejorẽ: y por los malos/ q̃ los perdonẽ: pues no hay ley enel mũdo tan rigurosa/ q̃ en buena o en mala parte no puede ſer interpretada. Han ꝺ preſuponer los juezes/ q̃ no les rogamos q̃ ſus leyes quebrantẽ/ ſino q̃ las moderẽ. Muchas vezes ſe quexa el pleyteãte/ no ꝺla ſentẽcia en q̃ fue cõdenado/ ſino ꝺl deſſeo q̃ moſtraua el juez dele cõdenar. Vicio intolerable es enel juez/ cõdeſcẽder a todo lo q̃ le pidẽ: mas tãbiẽ es grã extremo/ no hazer nada ꝺlo q̃ le ruegã: porq̃ el buẽ juez/ ha de ſer ſiẽpre enlo q̃ ſentẽcia juſto: y enlo q̃ le ruegã alguna vez humano. Como ſe preſciaſſe el cõſul aſcanio/ de q̃ nũca enel oficio ꝺ cẽſor hauia admitido/ ni aun oydo ruegos ꝺ amigos: dixo le vn dia enel ſenado el buẽ cathõ cẽſorino. No eſta el daño/ o aſcanio en ꝺxarſe el juez rogar: ſino en cõſentir ſe ꝺ alguno mãdar. No ꝺ pocos ſino ꝺ muchos juezes podriamos cõ mucha verdad dezir/ q̃ lo q̃ no hazẽ por ruego ꝺ vn cauallero/ lo hazẽ deſpues por cõſejo de algũ ſu priuado o amigo. Miẽto ſino rogue a vna muger ꝺ vn juez/ q̃ hizieſſe ver el pleyto ꝺ vn amigo mio: la qual me reſpondio. Rogar o q̃: no pẽſeys ſeñor gueuara q̃ tiene mi marido muger q̃ le ha de rogar/ ſino ꝺ mãdar. Y aſſi fue como lo dixo/ q̃ lo q̃ no ſe pudo alcãçar en medio año: deſpacho ella en vna

Como hemos de rogar por los malos como por los buenos.

Peor es que ſe dexe el juez mãdar ꝺl criado que no rogar ꝺl negociãte.

Que las mugeres ſuelen mandar a los juezes.

BLIOTECA

a tarragona/los godos a luſitania/y los romanos a pirenea: mas de todas eſtas nueue naſciones/de ninguna leemoˢ q̃ paſſaſſe la peña de orduña/ni oſaſſe llegar ala peña horadada. A los q̃ ſomos mõtañeſes/no nos puedẽ negar los caſtellanos/q̃ quãdo eſpaña ſe perdio/no ſe hayã ſaluado en ſolas las mõtañaˢ todos los hõbreˢ buenos: y q̃ d̃ſpues aca no hayã ſalido de alli todos los nobles. Dezia el buẽ yñigo lopez de ſantillana/q̃ en eſta nr̃a eſpaña/q̃ era peregrino/o muy nueuo/el linage q̃ enla montaña no tenia ſolar conoſcido. He querido padre abad deziros todo eſto/para q̃ veays en quãto rẽgo lo q̃ me embiaſteˢ: lo vno/porq̃ era cecina: y lo otro porq̃ era ſazonada en mi tierra. No eˢ mucho/me ſepan a mi biẽ las cecinas de mi tierra: pues el emperador ſeuero nũca ſe veſtia camiſa/ſino de lino de africa/q̃ era ſu natural tierra. De aurelio el emperador cuẽtã ſus chroniſtaˢ: q̃ dezia muchas vezes/q̃ todos los mãjares q̃ comiamos d̃ otras tierras/los comiamos cõ ſabor: mas los q̃ erã de nr̃a tierra/los comiamos cõ amor y ſabor. En lo de mas q̃ vr̃a paternidad me eſcriuio y encomẽdo: fray benito ſu ſubdito ⁊ mi amigo/le dira como hable enello a ſu mageſtad: y lo q̃ me reſpõdio/y al preſente ſe deſpacho. No mas ſino q̃ gr̃a dei nr̃i ieſu chriſti ſit tecũ ⁊ mecũ. De madrid a.xij.de março. M.D.xxij.

Del emperador q̃ no ſe veſtia camiſa ſino de lino de ſu tierra.

¶ Letra para el doctor manſo preſidente de valladolid: enla qual ſe declara/que enel negocio ageno puede hombre ſer importuno.

¶ Muy magnifico ⁊ muy reuerendo proconſul ceſareo.

Quanto timore ad vos ſcribam: nouit ipſe quem timemus in vobis. Con mucho temor/y no poca verguença eſcriuo portunado. Creed me ſeñor/q̃ es muy eſtraña coſa para mi y: a importunar / ni avn q̃rer [illegible] q̃ante ſufrido/callado/⁊ bien criado/holgamos ꝺ oyrle/reſpõder le/y deſpachar le: y por el cõtrario al q̃ es bullicioſo/reagudo entremetido/⁊ importuno/cerramos le la puerta/atajamos le la platica/boluemos le la cara: y avn damos le entre diẽtes vn vẽgays en hora mala. Cicerõ enel libro de amicicia dize/q̃ enlos negocios q̃ ſolamente tocan a noſotros/no deuemos ſino de rogar: mas por lo q̃ toca a nueſtros antiguos amigos/deuemos rogar/y podemos importunar. Enel negociar deue ſe mucho conſiderar/quien es el que negocia/con quien negocia/que es lo que negocia/y avn a que tiempo negocia: por que querer deſpachar vn negocio fuera de tiẽpo es cortar por los hueſſos el pauo. Negocios hay de tal calidad/que avn hablar enellos es fealdad: ⁊ ſi ſe procuran para otros/es muy grã caridad. El magno alexãdro/la coſa q̃ el mas loaua/enel ſu grã philoſopho caliſtenes era/q̃ para otros le pedia muchas coſas/y para ſi ninguna. Mortales enemigos eran julio ceſar y ciceron: mas al fin/dixo vn dia enel ſenado julio ceſar a ciceron. No puedo negar te o cicerõ: ſino q̃ enlas coſas q̃ tocã a ti eres muy remiſſo: y enlas q̃ tocan ala republica muy importuno. Ley era entre los romanos muy vſada/⁊ muy guardada/q̃ ſo pena ꝺla cabeça ninguno fueſſe oſado ꝺ llegar ala tiẽda/do el emperador comia y dormia: excepto los q̃ de dia le ſeruiã/y ꝺ noche le guardauã. Fue pues el caſo: q̃ eſtãdo el emperador aureliano enla guerra ꝺ aſia cõtra cenobia/entro ꝺ noche vn eſcudero greciano enla tiẽda ꝺl emperador: el qual como fueſſe preſo/y luego a muerte cõdenado: dixo a grãdes bozes ꝺſde la cama aureliano. Si [illegible] fueſſe hõbre [illegible] a pedir algo para ſi muera: ⁊ ſi venia a negociar algo ꝺ otros [illegible]. Hallo ſe pues por verdad/q̃ venia a rogar q̃ al [illegible] hõb [illegible] por q̃ es cõ [illegible] q̃ ſe hauiã dormido ſiẽdo cintinelas: alos q̃les mãdaua ſu capitã açotar/

El importuno [illegible]

Ꝑ nueſtros negocios deuemos rogar y por los ꝺl amigo importunar

Ata tienda a el emperador a(n)die oſaua llegar.

Notable exẽplo de vno que fue a rogar por ſus amigos.